Кыргыз Республикасынын Билим берүү жана илим министрлиги
Кыргыз билим берүү академиясы

И.Б.Бекбоев

Геометрияны 7-класста окутуу

Бишкек – 2012

УДК 372.8
ББК 74.26
Б 42

.

Бекбоев И.Б.
Б 42 «Геометрияны 7-класста окутуу». – Б.: Аль Салам, 2012. – 72 б.
ISBN 978–9967–448–89–6

Б 4306010502–12 УДК 372.8
ББК 74.26

ISBN 978–9967–448–89–6 ©Бекбоев И.Б., 2012

This teacher's manual was published with the financial support of the Government of The United States of America

Окуу колдонмо Америка Кошмо Штаттарынын Өкмөтү тарабынан каржыланды

Киришүү

2000-2001-окуу жылынан баштап республикабыздын мектептеринде И.Б.Бекбоев, А.А.Бөрүбаев, А.А.Айылчиевдердин «Геометрия 7-9» жана «Геометрия 10-11» окуу китептери колдонулуп жатат. Ал окуу китептери мектептин геометрия курсунун такталган жаңы программасына ылайык түзүлгөн кыргыз тилиндеги биринчи оригиналдуу окуу куралдары болуп эсептелет.

Бул окуу китептериндеги материалдардын баяндалыш удаалаштыгы мурда жарыяланган геометрия окуу китептеринен белгилүү даражада айырмаланат. Мисалы, бул китептерде ар бир параграфтагы материалды бышыктоочу маселелер сунуш кылынган. Бул болсо окуучулардын материалды өздөштүрүүгө карата жасалган аракеттеринин сезимталдуулугун жана ошондой эле алардын жоопкерчилигин бир кыйла арттырат.

Мугалимге жардам катарында геометрия курсу боюнча «Жаңы окуу китептериндеги өзгөчөлүктөр» жана «Геометрия окуу китептеринин илимий-методикалык негиздери» бул методикалык колдонмодо атайын параграфтар менен баяндалып берилди. Бул окуу китептеринин авторлору ар бир теманы жөнөкөй, кыргыздын нукура тили менен баяндоого аракет кылышкан. Жогоруда эскертилгендей ар бир параграфтын материалы тиешелүү геометриялык маселелер менен коштолгон. Алар окуучулардын теманы өздөштүрүүсүн бир кыйла жеңилдетет. Ошондой эле, окуу китептериндеги материалдардын структуралык түзүлүшү да буга чейин орусчадан которулуп пайдаланылып келген геометрия окуу китептерине караганда бир кыйла өзгөртүлүп түзүлгөн.

Ошондуктан сунуш кылынып жаткан бул методикалык колдонмодо геометрия окуу китептеринин ар бир главасына же параграфына карата жалпы маалымат берилип, анын өзгөчөлүктөрү белгиленген, мунун өзү мугалим үчүн кыйла пайдалуу болоору шексиз. Ушул эле максатта ар бир параграфка карата мугалимдер үчүн түшүндүрмө жана теманы окутууга карата методикалык сунуштар берилди. Мындан тышкары колдонмодо окуу материалдарын болжолдуу пландаштыруу кандайча болоору жана ар бир параграфтагы маселелерди чыгаруунун ыкмалары көрсөтүлдү. Тема боюнча окуучулардын өз алдынча иштерин уюштуруп өткөрүүгө пайдала-

нылуучу текшерүү иштеринин варианттары берилди. Албетте, мындай максаттарда сунуш кылынган материалдар мугалимдерге кыйла жардам болоору түшүнүктүү.

I. Геометрия курсунун илимий негиздери

Геометриянын жаңы окуу китептери кандай концепцияда түзүлгөн? Же мында орус тилиндеги геометрия окуу китептери эле кыргыз тилине которулуп коюлганбы? Бул китептер математиканын илимий түзүлгөн принциптерине жооп береби? деген сыяктуу суроолор мугалимдерди кызыктырбай койбойт. Албетте, геометрия боюнча жаңы окуу китептерин жазуудагы негизги максат: геометриянын буга чейинки белгилүү фактыларына таянып, аларды кеңири колдонуу менен мектептин окуучуларына жеткиликтүү болгон окуу куралын түзүү болду. Ошону менен катар ал китептер республиканын мектептеринде математикалык билим берүү стандартынын жана орто мектептеги математика курсунун жаңы программасынын талабына жооп бериши керек эле.

Ушул талаптар эске алынып, аталган геометрия окуу китептерин жазууда математикада көптөн бери кеңири колдонулуп келген аксиоматикалык метод тандалып алынды.

Бул методду тандап алуунун себебин төмөндөгүдөй негиздөөгө болот.

Геометриянын систематикалык курсун 7-класстан окуй баштаганга чейин эле окуучулар башталгыч класстарда жана 5-, 6-класстарда геометриянын айрым элементтери менен тааныш болуп калышкан. Чекит, түз сызык жана тегиздик жөнүндө алардын элестери бар. Айрым геометриялык фигураларды алар жакшы билишет. Демек, аксиомалык методдун негизинде баяндалуучу материалды түшүнүп билүүгө керектүү фундамент аларда түзүлгөн десек болот. Анткени окуучулар негизги түшүнүктөрдү, алардын байланыштарын өздөштүрүп калышкан. Мунун өзү мектептин геометрия курсун аксиомалык метод менен түзүүгө түрткү болгондугун ырастайт. Ошондуктан геометриянын жаңы окуу китептеринин авторлору мектептин геометрия курсу 7-класстан баштап эле аксиомалык методго негизделиши керек деп эсептешет.

Бул айтылгандарды бекемдөө максатында жалпы эле математиканын, анын ичинде геометриянын тарыхына кыскача көз чаптырып көрөлү. Математиканын тарыхынан белгилүү болгондой, анын өсүшүн төрт этапка бөлүп көрсөтүүгө болот.

I. **Математиканын алгачкы пайда болуу мезгили.** Бул эң байыркы убакыттан башталып, биздин эрага чейинки VII-V кылымдарга чейин созулду.

II. **Турактуу чоңдуктардын математикасы** (элементардык математика), биздин эрага чейинки VII кылымдан башталып, биздин эранын XVII кылымын камтыйт.

III. **Өзгөрүлмө чоңдуктардын математикасы.** XVII-XIX кылымдарды ичине алат.

IV. **Математиканын өсүшүнүн азыркы мезгили.** Бул мезгилдерди геометриялык көз караштa мүнөздөсөк, кыскача төмөндөгүлөрдү айтууга болот, «фигура», «чоңдук» жана «сан» түшүнүктөрү эзелтеден эле пайда болгон. Алар сыяктуу эле квадрат, тик бурчтук, үч бурчтук, параллелограмм, шар ж.б. жөнүндөгү түшүнүктөр да ошондо эле белгилүү болгон.

Байыркы окумуштуулар Фалестин, Пифагордун жана башкалардын геометрия боюнча ачуулары биринчи эки этапта белгилүү болуп, геометриялык логикалык далилдөөлөр ошондо эле колдонула баштаган.

3-мезгилде өзгөрмөлүү чоңдуктар түшүнүгү пайда болуп, функция жөнүндө жаппы түшүнүк аныкталды, мында Р.Декарттын ролу кыйла чоң болуп эсептелет.

4-мезгил Н.И.Лобачевскийдин Евклиддик эмес геометриясынын пайда болушу менен мүнөздөлөт.

Геометриянын негизделишинде экинчи этап маанилүү ролду ойноду. Анткени, ошол мезгилде геометрияны түзүүнүн аксиомалык методу пайда болду. Ал байыркы грек окумуштуусу Евклиддин «Башталмалар» жыйнагына байланыштуу. Ушул жыйнакта геометрияны түзүүнүн логикалык принциптери иштелип чыкты жана колдонулду. Бул геометрия боюнча биринчи китеп, ал биздин эрага чейинки 3-кылымда түзүлгөн. Бул эмгекте грек окумуштууларынын кылымдар бою геометрия боюнча ачкан илимий жаңылыктары, эмгектери жыйынтыкталган жана системалаштырылган. Ал китепте адегенде далилдөөнү талап кылбай турган түшүнүктөр жана аксиомалар кабыл алынып, калган сүйлөмдөр алар аркылуу далилденген.

Чындыгында эле, кандайдыр бир T_1 теоремасын далилдөө T_2 теоремасы аркылуу ишке ашырылат. Ал эми T_2 теоремасы T_3 теоремасы аркылуу далилденет ж.б. Бирок, бул удаалаштык чексиз

улантылышы мүмкүн эмес. Ал эми аныктамалар жөнүндө да ушунун өзүн айтууга болот. Демек, кандайдыр бир түшүнүктөрдү жана сүйлөмдөрдү эң алгачкы, түпкү деп далилдөөсүз кабыл алууга туура келет, ал эми калган бардык сүйлөмдөр (теоремалар, натыйжалар) дал ошол алгачкылар аркылуу гана далилдениши керек. Геометриянын мындай принциптердин негизинде баяндалыш методу дедуктивдик же аксиоматикалык метод деп аталат.

Демек, геометриянын системалык курсунун логикалык баяндалышы төмөндөгүдөй илимий принциптерге негизделген:

1. Геометриялык негизги (баштапкы) түшүнүктөр берилет.
2. Алардын жардамы менен калган баардык геометриялык түшүнүктөр аныкталат.
3. Аксиомалар баяндалат.
4. Теоремалар далилденет .

Геометриянын азыркы, жаңы окуу китептери жогоруда айтылган төрт принципке негизделип түзүлдү. Атап айтканда, мында негизги түшүнүктөр катарында чекит, түз сызык жана тегиздик кабыл алынган. Алардын арасындагы негизги байланыштар «жатат», «арасында жатат» деген терминдер колдонулган.

Планиметрия курсунун аксиомалары беш группага бөлүнүп, 12 аксиомадан турат:

1. Тиешелүүлүк аксиомалары (2 аксиома).
2. Иреттүүлүк аксиомалары (3 аксиома).
3. Өлчөөнүн аксиомалары (4 аксиома).
4. Өлчөп коюунун аксиомалары (2 аксиома).
5. Параллелдиктин аксиомасы (1 аксиома).

Ошондой эле, стереометрия курсунда бул аксиомалар менен бирге дагы кошумча төрт аксиома кабыл алынган.

Ар бир геометрия курсунда жаңы түшүнүктөргө негизги түшүнүктөрдүн жардамы менен аныктамалар берилип, планиметрияда 70ке жакын, стереометрия курсунда 45ке жакын теоремалар далилденген. Албетте, теоремаларды далилдөөдө аныктамалар жана аксиомалар колдонулган.

Өзгөчө мугалимдер эске ала турган жалпы жобо болуп төмөндөгүлөр эсептелет. Мында негизги түшүнүктөр эркинче алынып, аксиомалар каалагандай түзүлө бербейт. Алар бир катар логикалык талаптарды канааттандырышы керек. Атап айтканда аксиомалардын системасы:

1. Карама-каршы эмес, б.а. аксиомалардан келип чыгуучу натыйжалардын ичинде бири-бирине карама-каршы келе турган эки натыйжа болбошу керек.

2. Көз каранды эместик талабына баш ийиш керек, б.а. алынган аксиомалардын саны эң аз болушу зарыл.

3. Толуктук талабы. Алынган аксиомалардын системасында кошумча аксомалар талап кылынбоого тийиш. Бул талаптардын аткарылышын негиздөө өзүнчө чоң суроо болуп эсептелет. Биз мында ага токтолгонубуз жок, алар тиешелүү адабияттарда баяндалган.

Ошентип, геометриянын логикалык түзүлүшү негизги түшүнүктөрдү тандап алууга жана аксиомалардын системасына байланыштуу болот. Мисалы, «аралык» деген түшүнүктү кошумчалап алып, А.Н.Колмогоров мектептин геометрия курсуна кандай өзгөртүү жасагандыгы жаппыга белгилүү. Ал эми негизги түшүнүктөр катары «векторду» жана «чекитти» кабыл алып Г.Вейл мектептин геометриясын кандай өзгөрткөнүн өзүңөр жакшы билесиңер. Ошондой эле, Евклиддин параллелдик аксиомасын өзгөртүү аркылуу Н.И.Лобачевский жаңы геометрияны ачкандыгы да жалпыга белгилүү.

Геометриянын негизделишинин ар кандай логикалык жолдору бар экендигине карабастан, орто мектепте геометриянын окутулушу Евклиддин геометриясына негизделип келе жатат.

II. Геометриянын жаңы окуу китептериндеги өзгөчөлүктөрү

2000-2001 окуу жылынан баштап республиканын орто мектептеринде 7-9-класстардын окуучулары үчүн өзүнчө, ал эми 10-11-класстардын окуучулары үчүн өзүнчө жаңы геометрия окуу китептери колдонула баштады. Профессорлор И.Б.Бекбоев, А.А.Бөрүбаев, А.А.Айылчиевдердин бул китептери Кыргыз республикасынын билим берүү жана илим министрлиги тарабынан геометрия боюнча окуу китептери болуп бекитилген. Бул китептер жаңыдан эле колдонууга берилип жаткандыктан, андагы мазмундук жана методикалык өзгөчелүктөр жана айырмачылыктар мугалимдерди кызыктырбай койбойт. Төмөндө алардын айрымдарына токтолобуз.

1. Булар республикабыздын мектептеринин окуучулары үчүн геометрия боюнча кыргыз тилинде жазылган оригиналдуу биринчи

окуу китептери болуп эсептелет. Буга чейин биздин мектептерде А.В.Погореловдун «7-11-класстар үчүн геометрия» окуу китебинин кыргызча котормосу колдонулуп келген. Азыркы жаңы окуу китептеринде геометриялык түшүнүктөрдүн, теоремалардын баяндалышынын, теоремаларды далилдөөнүн ыкмаларынын нукура кыргыз тилинде берилиши маанилүү экендиги түшүнүктүү. Өзгөчө, авторлор тарабынан айрым темаларды түшүндүрүүдө биздин кыргыздарда кездешүүчү геометриялык фигураларды пайдаланышы маанилүү болуп эсептепет.

2. Буга чейин биздин мектептердин 7-11-класстары үчүн жазылган бир гана геометрия окуу китебинин (А.В.Погорелов, Геометрия 7-11-класстар) котормосу пайдаланылып келген. Ал эми азыркы жаңы окуу китептери болсо эки бөлүктөн турат: 7-9-класстардын окуучулары үчүн (1-бөлүк, планиметрия), 10-11-класстардын окуучулары үчүн (2-бөлүк, стереометрия). Орто мектептин геометрия курсунун мындай эки китеп болуп жазылышы республикада негизги жана толук орто мектепте математикалык билим берүүнүн мамлекеттик стандартына жана жалпы билим берүүчү орто мектептердин математика курсунун жаңы программасына негизделген. Ошону менен бирге китептердин мындай экиге бөлүнүп жазылышы экономикалык жагынан да, пайдалануу жагынан да окуучулар үчүн да, мугалимдер үчүн да оңтойлуу болуп эсептелет.

3. Мурда 7-9-класстарда стереометриялык материалдар окулчу эмес. Азыркы, жаңы окуу китепте болсо, математикалык билим берүүнүн мамлекеттик стандартынын жана жалпы билим берүүчү орто мектептердин математикалык программсынын талабына ылайык 9-класста стереометриянын элементтери баяндалган. Мында айлануу телолору, көп грандыктар жөнүндө түшүнүк берилип, мейкиндикте алардын беттерин жана көлөмдөрүн аныктоого кыскача маалыматтар берилген. Бул негизги мектепти бүтүрүүчүлөр үчүн маанилүү болуп эсептелет, анткени алардын ар биринде геометриянын толук курсу боюнча аныкталган, бүтүмдүк түшүнүктөрдүн болушу зарыл.

4. Жаңы геометрия окуу китептериндеги дагы бир өзгөчөлүк жана айырмачылык төмөндөгүдөй. Буга чейин колдонуп келген жана колдонулуп жаткан геометрия окуу китептериндеги материалдардын айрым традициялык удаалаштыктары өзгөртүлгөн. Бул оку-

учулардын материалдарды өздөштүрүүсүн жеңилдетет жана айрым материалдарды баяндоого оңтойлуу мүмкүнчүлүк түзөт. Мисалы, мурда 9-класста окулуучу «көп бурчтуктар» темасын 8-класста окуу, геометриялык өзгөртүүлөр, фигуралардын окшоштугу жөнүндөгү темаларды 8-класстан 9-класска жылдырып баяндоо ж.б.

Ошондой эле, стереометрия курсундагы мейкиндиктик телолордун беттеринин аянттары менен көлөмдөрүн баяндоо удаалаштыгы да өзгөртүлгөн.

5. Айрым геометриялык материалдардын окуу китептериндеги методикалык жактан традициялуу баяндалышы кайра каралып чыккан. Бул көбүнчө стереометриялык материалды баяндоого тиешелүү. Атап айтканда, көп грандыктар менен алардын беттеринин аянттары, айлануу телолору менен алардын беттеринин аянттары бир удаалаштыкта баяндалып берилген.Ошондой эле, телолордун көлөмдөрүн эсептөөдө көп грандыктар менен айлануу телолору (мисалы, призма менен цилиндр, пирамида менен конус) бирдикте, айкалыштырылып каралган.

6. Мурда колдонулуп келген геометрия окуу китептеринен айырмаланып, жаңы окуу китептеринде ар бир темадан кийин ал темага карата бышыктоочу маселелер сунуш кылынган. Ал маселелер окуучулардын теманы терең өздөштүрүүсүн камсыз кылат жана мугалимдер үчүн да өтө оңтойлуу.

Ошону менен бирге, ар бир главанын акырында аны кайталоого жана терең өздөштүрүүгө карата суроолор жана маселелер берилген. Алар модулдук тесттерди түзүүгө жана зарыл болгон маселелерди тандап алууга мүмкүнчүлүк түзөт.

7. Окуу кигептери бардык профилдеги класстарда колдонууга ылайыктуу болуп жазылган. Башкача айтканда, аларды профили математикага байланыштуу класстарда да, жана гуманитардык профилдеги класстарда да колдонууга болот. Математикалык класстарга тиешелүү материалдар кошумча темалар катарында, тереңдетилген жана татаалыраак маселелер түрүндө сунуш кылынган. Аларды мугалим өзү тандап пайдалана алат.

8. Геометрия окуу китептеринин ар биринин аягында тиркемелер берилген. Ал тиркемелерде кружоктор үчүн, класстан тышкары окуу үчүн материалдар баяндалган. Алардын айрымдарын математикалык класстар үчүн да колдонууга болот.

7-класста геометриянын системалуу курсун окуй баштоонун алдында анын пропедевтикалык курсун кайталоо, атап айтканда, өткөн класстарда каралган фигураларды, аларды сүрөттөөнү, касиеттерин, айрым түзүүлөрдү, маселелерди эске салуу сабактарын өткөрүү керек. Ал үчүн кабинетте топтолгон материалдар (сүрөттөр, көрсөтмө куралдардан чийип же кесилип алынган) пайдаланылат.

Мында негизги ыкма катары, өтүлгөн түшүнүктөрдүн тизмесин, алардын сүрөттөрүн жана тиешелүү касиеттерин көрсөтүп берүү; буклет даярдоо: эң жөнөкөй (1,2 жол менен иштеле турган) маселелердин сүрөттөрүн чийүү; тесттик суроолорду ж.б. сунуш кылууга болот. Мындай иштер мүмкүн болушунча класстагы ар бир окуучу аткара турган деңгээлде өткөрүлөт. Мисалы: буклет түзүү; ар бир окуучунун чыгармачылыгына багытталып берилиши мүмкүн; фигураларды ар түрдүү материалдардан (картон, түстүү кагаздардан, ж.б. берилген бирдей форматта даярдоо) кесип алып (ар бир сабакта пайдалануу үчүн) колдонууга оңтойлуу болгондой кылып, конвертке салып алып жүрүү ыкмасын айтсак болот.

5-6-класстардагы өтүлгөн фигуралардын ичинен чекит, түз сызык, тегиздик жөнүндө өзгөчө баяндама берилүүгө тийиш. Башкача айтканда, сызык жана алардын байланышы деген сыяктуу ойду атайын белгилеп айтуу зарыл. Мисалы, тегиздик кандайдыр бир бет, эгер аны досканын, дептердин барагы же столдун бети десек, ага каалагандай жазууларды, сүрөттөрдү ж.б. жазууга, чийүүгө болот. Ал эми чекит, түз сызык, тегиздиктердин алдында дагы башка жогорудагыдай баяндама бере тургандай жок экендигин окуучуларга билдирүү зарыл. Мисалы, кесинди десек, анда ал жаткан түз сызыкты эки жагына чексиз улантууга болот. Демек, кесинди түшүнүгүн берүүнүн алдында түз сызык түшүнүгү бар экендиги эскертилет. Ушул сыяктуу ой жүгүртүү аңгеме түрүндө 7-класстын биринчи сабактарында каралып, ошонун натыйжасында геометриянын системалуу курсу башталууга тийиш.

Системалуу курсту баштоого даярдык катары кайталоого эки саатты сунуш кылууга болот. Биринчи параграф алгачкы, негизги түшүнүк жөнүндө баяндама берүүдөн башталат. Ал эми котормо китептердин башталышы болсо, геометрия илими, фигура деген эмне сыяктуу түшүнүктөрдөн турары белгилүү. 5-6-класстардын математикасында геометриялык түшүнүктөр, алардын айрым

касиеттери каралган. Демек, фигура аларга карата берилген түшүнүктөр жана маселелер аркылуу геометриянын мааниси ачылган.

Ошондуктан 7-класстын биринчи темасында окуучуларга ушуга чейинки белгилүү болгон фигуралардын алгачкыларын негиздөө жеңил жана жеткиликтүү берилгенин көрөбүз. Алар: чекит, түз сызык, тегиздик негизги же баштапкы деген ат менен айтылат. Мында окуучулардын көңүлүн ар бир түшүнүктүн эң башталышы, түпкү негизи болуусу керек деген ойго багыттоо өтө маанилүү. Мисалы, адамдын жаратылышы качан, кантип деген суроолор менен коюлган гипотеза: кайсы бир жаңы сорттогу өсүмдүктү чыгаруу үчүн анын башталышы болуш керек, ж.б. окуучуларга жеткиликтүү ойду жарата тургандай мисалдарды келтирсе болот. 7- класстын геометриясынын бир кыйла өзгөчөлүктөрү бар. Ошондуктан окуу китебинде алгачкы түшүнүктөр кеңири баяндалган. Андан ары, алгачкы түшүнүктөрдү байланыштыруу керекпи? деген суроого жооп издөөдөн эң биринчи далилденбей турган, чынында эле айкын-ачык көрүнүп турган ой сүйлөмдөрдүн пайда болушу кеңири берилген. Алар аксиомалар.

Геометриялык фигура көптүктүн бир гана элементи болушу керек деген менен чекит да геометриялык фигура болоору эң сонун көрсөтүлгөн. Ушу сыяктуу, жөнөкөй түшүнүктү татаалдаштырбаган ойлорго окуу китебинде кеңири орун берилген.

7-КЛАСС

I глава. Геометриялык алгачкы түшүнүктөр

(18 саат)

5-6-класстарда өтүлгөн материалды кайталоо

(1 саат)

§1. Чекит, түз сызык, тегиздик *(5 саат)*

Ар бир параграфтын материалы үч пунктка жайгаштырылды. Алардын биринчисинде (А пункту) – окуу материалынын болжолдуу пландаштырылышы, экинчисинде (В пункту) – мугалимдер үчүн түшүндүрмө жана теманы окутууга карата методикалык сунуштар, үчүнчүсүндө (С пункту) – маселелерди чыгарууга көрсөтмөлөр баяндалып берилди.

А. Чекит, түз сызык, тегиздик жөнүндө түшүнүк берүү окуучулардын ушуга чейинки билгендерине таянып жүргүзүлөт. Чекит менен түз сызыктын сүрөттөлүшү окуучуларга 5-6-класстардан эле тааныш. Ошондуктан алар эң алгачкы түшүнүк экендиги окуу китебинде толук, ишенимдүү берилген.

Буга чейин колдонуп келген орусчадан которулган окуу китептерине караганда жаңы китепте чекитти, түз сызыкты, тегиздикти элестетүүгө карата айлана-чөйрөдөн алган мисалдар арбын. Алгачкы түшүнүккө «көптүк» киргизилишин эске алуу керек.

Чекит түшүнүгү жана түз сызыктардын өз ара жайгашуусун тегиздикте кароого карата жөнөкөй көнүгүүлөр берилген. 23- жана 25-маселелер үй тапшырмага берилет. Аны иштөөдө окуу китебиндеги 21-сүрөткө толук анализ жүргүзүү, б.а. дептерге чийменин сезимталдык менен чийилиши эскертилет. 22-маселенин уландысы менен иш жүргүзүүдө окуучулар материалды көңүл коюп окууга үйрөнүшөт. Класста: §1.3 төн 11-, 12-, 13-, 16-, 17-, 20-, 21-, 22-, 24-, 25-маселелер иштелип, үйгө 14-, 15-, 18-, 19-көнүгүүлөрдү сунуш этсе болот. Ошону менен катар 1-параграфтын материалы жыйынтыкталат да II_1, II_2, III_3 аксиомалар», «арасында жатат», «жарым түз сызык-шоола», «жарым тегиздик» жөнүндөгү түшүнүктөр такталат. Айрым учурда китептеги сүрөттөрдү көрсөтүү менен 21-сүрөт боюнча окуучу аткарган же атайын плакатка чийилген сүрөттү пайдаланып, ар бир суроону тактоого болот.

түшүнүктөрдүн окуучулардын эсинде сөзсүз сакталып калуусуна жетишүү зарыл. Китепте теореманын структуралык түзүлүшү баяндалып, теорема 2 бөлүктөн: шарты жана корутундусунан турааары айтылат. 1-теореманын түшүндүрүүчү бөлүгү натуралдык сандардын көптүгүндө айтылып жатканы, анын шартын конкреттүү мисалда *n* орундуу санды 4кө бөлүп отурганга караганда эки орундуу санды оозеки бөлүү оңой болоору көрүнүп турат. 27-маселеде негизги касиет – аксиома; 1), 4) сүйлөмдөр аксиома, 2), 3) сүйлөмдөр теорема болуп эсептелет.

С. Параграфта берилген маселелердин айрымдарына гана токтололу.

28-маселе далилдөөгө берилген биринчи сүйлөм. Аны жетектөөчү төмөнкүдөй суроолор менен далилдөөгө болот.

Далилдөө. Диаметр деген эмне?

Айлананын борбору аркылуу өтүүчү хорда, ал айлананын эки чекитин туташтырат.

Демек, диаметр жаткан түз сызык айлананы канча чекитте кесип өтөт?

- Эки чекитте.

29-маселе. II_3 жана андан келип чыккан корутунду менен далилдене турган маселе болуп эсептелет.

§3. Кесиндилерди ченөө *(3 саат)*

А. Кесиндилерди ченөө, аларды берилген узундуктары боюнча салыштыруу сыяктуу түшүнүктөр 1-4- жана 5-6-класстарда (көнүгүүлөрдө) эле белгилүү деңгээлде каралып келген. Дегеле, башталгыч класстардын математикасында геометрия жөнүндөгү түшүнүк чекитти жана кесиндини баяндоодон башталат. Ал эми 5- жана 6-класстарда кайсы бир фигураларды сызууда, ченөөдө, салыштырууда кесинди түшүнүгү колдонулары белгилүү. Ошол түшүнүктөрдү эске салуу, айрым көнүгүүлөрдү иштөө менен «Кесиндилерди ченөө» деген темадан башталып өтүлөт. Мындагы негизги максат – бул темадагы орчундуу түшүнүк болгон үчүнчү группадагы эки аксиоманы ($III_1 III_2$) калыптандыруу болуп эсептелет. Темада чекиттердин арасындагы аралык жөнүндө айтылат. Мында (модуль түшүнүгүн) кесиндинин узундугу оң сан менен гана туюнтула турганын бекемдөо зарыл.

Параграфтын аягында кайталоого берилген 1-12-суроолор боюнча бышыктоо өткөрүлөт.

Окуучуларды китеп менен иштөөгө үйрөтүү өзгөчө мааниге ээ, анткени баланын китеп менен өмүр бою иштей алышы өз алдынча окуп билим алуусуна эң керектүү каражат болуп саналат.

Окуучунун үйгө берилген маселени чыгарып келгени жакшы, бирок жетишсиз, эң негизгиси анын теориялык материалды сезимталдык менен окуп түшүнүп келишине жетишүү зарыл. Анын бирден бир түз жолу болуп класста коюлган суроолорго окуучунун даана, далилдүү, туура жооп берүүсүн баалоо, мактоо ж.б. эсептелет. Теориялык материалды китептен бүтүндөй баштан-аяк окуп келүүнү талап кылуунун анча зарылдыгы жок. Мында эң негизгиси – китеп окуганда эмнеге өзгөчө көңүл буруу зарыл экендигин окуучуларга китептен белгилеп берүү. Мисалы: §1.3 төн 11-беттеги биринчи абзацка чейин окугула. Мында «I_1 аксиоманы түшүнүп эстеп калгыла, 2-, 3-, 4- абзацтарды көңүл коюп окугула. Эмне жөнүндө жазылганын эсиңерге сактагыла» – дегендей көрсөтмөлөр менен тапшырма берүүгө болот. Бул сыяктуу берилген тапшырма окуучуну китеп менен иштөөгө үйрөтөт жана анын китептеги тексттин негизгисин ажырата билүү жөндөмүн калыптандырат.

Жарым тегиздик жөнүндө түшүнүктү негиздөөнүн алдында үйгө берилген тапшырма (өткөндөрдү §1.1, 1.2, 1.3) боюнча мугалим өзү даярдап келген эки плакат менен иштөөгө эки окуучуну доскага чыгарат. Өзгөчө басым менен айтып, досканы вертикалдык сызык менен экиге бөлдөт. Сызык жоон көзгө урунарлык болуп жүргүзүлөт. Эми окуучуларга – «доска кандай бөлүндү?» - деген суроо беришет. Бул суроого берилүүчү жооп «жарым эки тегиздикке» деген болуш керек. Эгерде жооп мындай болбой калса, анда мугалим жетектөөчү суроолорду берип окуучулардан дал ушундай жоопту алууга жетишүүгө тийиш. Демек, досканы тегиздик десек, анда аны каалагандай түз сызык менен жарым эки тегиздикке бөлүүгө болот экен» -деп айтылгандан кийин, китептеги материалды пайдалануу менен сабак улантылат. 19-сүрөт боюнча талкуулоону жүргүзүү зарыл. 22-маселени жалпы окуучулар менен талкуулоо керек. Эмне үчүн AB кесиндиси a түз сызыгы менен кесилишпейт, ал эми AC кесиндиси a түз сызыгы менен кесилишет? Жоопту – кесинди деген эмне дегенден издөө керектиги айтылат.

B. Жогоруда айтылгандай «алгачкы», сызыктын жана тегиздиктин сүрөттөлүшүн, белгиленишин эске салуу менен катар аларды окуу китебиндеги эң ыңгайлуу сүрөттөрдү доскага чийип, көрсөтүп окуучуларга өз түшүнүктөрүн дептерлерине сүрөттөп жазганды сунуш кылган жакшы. Досканын бети тегиздик, бирок конкреттүү сүрөттү чийиш үчүн анын кандайдыр бөлүгүн гана чектеп алып калган бөлүгүнө башка жазууларды жайгаштырууга туура келет. Ошентип, анын чектелип алган бөлүгү α, β жана башка тамгалар менен белгиленип алынат да, каралып жаткан сүрөт ошол тегиздикте көрсөтүлгөндүгүн эскертүү туура болот. Китептеги 1-сүрөттү карайлы. Андагы *A, B, C* чекиттерин эки-экиден туташтырсак эле түз сызыктар пайда болот. Ал эми ошол чекиттердин ар бири аркылуу чексиз көп түз сызыктарды жүргүзүүгө болоорун да айта кетүү ашык эмес. 3-сүрөттө тегиздикти образдуу элестетүү менен эң жөнөкөй чекитти да, түз сызыкты да сүрөттөөгө болот.

Негизги түшүнүктөр калыптандырылды дейли. Эми аларды байланыштырууга керектүү болгон сөздөрдү берүү керек. Алар кайсы сөздөр? Чекит менен түз сызыкты байланыштыруучу сөздөр үчүн: «жатат», «арасында жатат» деген сөздөр ылайыктуу болоорун атайын эскертип айтууга туура келет. Ошентип, геометрияда биринчи аксиомаларды, чындыгы далилдөөсүз эле көрүнүп турган төмөнкү сүйлөмдөрдү белгилейли:

1_1. «Каалагандай түз сызыкка карата ал түз сызыкта жатуучу чекиттер жана анда жатпаган чекиттер бар».

1_2. «Каалагандай эки чекит аркылуу бир гана түз сызык өтөт» - деген тиешелүүлүктүн аксиомалары айтылат.

Окуучуларга «тегиздикте эки түз сызык кандай жайланышы мүмкүн? -деген суроону берип, алардын жоопторун жыйынтыктоого болот. Алар кесилишет же кесилишпейт.

Кесинди менен шоола жөнүндөгү ушуга чейинки маалыматтарды түшүндүрүп, алардын сүрөттөрүн сызып көрсөткөндөн кийин, китептеги 10-сүрөткө көңүл буруп, *A, B, C* чекиттеринин бири-бирине карата жайланышын тактоодон экинчи группадагы аксиомалардын биринчисин – II_1 ди айтууга болот. Алар иреттүүлүк аксиомалары деп айтылат.

Класста 1- жана 4-маселелерди оозеки, 2- жана 3-маселелерди жазуу жүзүндө иштетүү сунуш кылынат. Үйдө иштеп келүүгө 5- жана 6-маселелер сунушталат. Бирок 6-маселенин шартын түшүндүрүп берүү керек.

Класста 15-, 17-, 19-, 20-, 24(а,б)-, 25-маселелер, үйдөн 13-, 14-, 16-, 18-, 21-, 22-, 23-, 24 (б,в)-маселелер иштелиши керек. 26-маселе татаалыраак, жогорку деңгээлде болгондуктан, аны чыгарууну бардык окуучулардан талап кылуунун зарылчылыгы жок. Кайталоого 3-, 18-, 23-суроолорду берүүгө болот.

В. Тема үч бөлүктөн турат. Ар бир бөлүктү өтүүгө бирден саат сунуш этүүгө болот. Кесиндилердин барабардыгы. Кесиндилерди ченөө менен салыштыруу (узун, кыска, бирдей) төмөнкү класстардан белгилүү. Мындагы эң негизги түшүнүктөр: кесиндини түз сызыкка же шоолага ченеп коюу, кесиндилерди суммалоо, алардын айырмасын керсөтүү болуп эсептелет. 29-сүрөттө $AB = A'B'$ ти ченеп коюу (сызгычтын жардамы менен), кесиндилерди кошуу $AB = AC + CB$, кемитүү $CB = AB - AC$ көрсөтүлгөн.

Кесиндинин узундугун ченөөнү бардык окуучулар менен бирдикте лабораториялык иш катары аткарган жакшы (геометрияны окутуудагы талаптардын бири ар бир окуучуда сызгыч, циркуль, карандаш, өчүргүч (резина) болуусун камсыз кылуу болуп эсептелет). Окуучулар дептерлерине AB кесиндисин китептегидей иштеп, $AB=n$ мм же см менен туюнтулган n санын алышат. Бирдик кесиндиге түшүнүк берүүнү сызгычты пайдаланып түшүндүрсө болот.

С. 7-маселе көрсөтмөлүү, сүрөт менен иштелет.

8-маселе. Кесиндилер менен болгон амалдар көбөйтүү, кошуу, кемитүүгө берилген.

9-маселе. Берилген узундугу боюнча кесиндилерди ченеп коюп, салыштырууга берилген.

10-, 11-маселелерди чыгаруунун жолун түшүндүрүп, үйдө иштөө сунуш кылынат.

15- (16)- маселелерде кесиндинин учтарын тактап алып: А дан оңду, В дан солду карай деп кошумча түшүндүрмө берүүгө тийиш.

Жогоруда айтылгандай кесиндилер менен аткарылуучу амалдар жөнүндө маалыматтар окуучуларга буга чейин эле тааныш. 33-сүрөт менен иштөөнү көнүгүү катары жүргүзүү оңтойлуу. Мында өзгөчө жалпы учур үчүн $OK = na$ деп жазуунун маанисин ачып түшүндүрүү болуп эсептелет.

Ар бир аксиоманын маанисин түшүндүрүүдө да окуучуларга 5-6-класстардын математикасынан белгилүү болгон фигураларды пайдаланган жакшы.

II_2 аксиоманы жеткиликтүү баяндоо үчүн алды менен 12-сүрөттү доскага чийгенде *b* түз сызыгындагы *O,A,C* чекиттерин белгилеп алып, китептегидей түшүндүргөндөн кийин, *B* жана *D* чекиттерин көрсөтүү оңтойлуу. Себеби, *O* чекитине карата шоолаларды атап окутуу зарыл. Мисалы, *OA* же *OB* бир эле шооланы; *OC* же *OD* так ошондой болоорун айтууга болот.

Темадагы толуктоочу шоолалар жөнүндө айтканда *a* жана *b* түз сызыктарынын *O* кесилиш чекитинде канча шоола пайда болду; бирин-бири толуктоочу шоолаларды белгилеп жазгыла; эгер $A \in a$, $C \in b$ болсо, анда *OA* жана *OC* шоолалары бирин-бири толуктайбы - деген суроолор аркылуу бышыктоолорду жүргүзүүгө болот.

С. Темага берилген маселелер эң жөнөкөй, ошондуктан аларга токтолуунун зарылчылыгы жок.

§2. Геометриялык фигуралар *(3 саат)*

А. Геометриялык фигура, фигуралардын барабардыгы, айлана, теорема жөнүндөгү түшүнүктөрдү ушул параграфта берүү окуу китебинин өзгөчөлүктөрүнүн бири экендиги көрүнүп турат.

16-беттеги 1-11-маселелердин 3-сү тегиздикти, мейкиндикти элестетүүнү; 4-сү көптүктөрдүн биригүүсүн баяндай турган маселелер. 7-си айлана менен тегеректин айырмасын тактоого берилген (картондон кесилип алынган тегерек, анын айланта кесилген чеги – айлана. Ушуга окшоштуруп буюмдардан мисал келтирүү керек). №1, 2, 5, 6, 7, 8, 9 оозеки, №10, 11 үйдө сүрөтүн чийүү менен аткарылат.

2.3-параграфтагы материалды бир сабакта өтүүнүн мүмкүнчүлүгү окуучулардын 5- жана 6-класстардан билгендерин эске салуу боюнча жыйынтык чыгаруу менен түшүндүрүлөт. Ошону менен катар эле китеп менен иштөөнү уланта турган болсок, анда мындагы өзгөчө көңүл бурула тургандар деп төмөнкүлөрдү көрсөтүүгө болот.

Темадагы кара тамга менен жазылгандарды түшүнүп жаттоо; томпок жана томпок эмес фигуралардын сүрөттөрүн сызуу,

фигуралардын барабардыгы, алардын барабардыгын көрсөтүү, $F=F_1$, $F\equiv F_1$ жазуулардын маанисин айтып берүү.

(19-бет) «айлана – бул чекиттердин геометриялык орду». 16-маселелер класста иштелет. 14-маселеде F фигурасын A ны A_1 менен, B ны B_1 менен, C ны C_1 менен дал келгендей кылып жылдыруу керек.

17-, 18-, 26-маселелер оозеки, 14-, 16-, 19-, 21-, 23-, 24-маселелер класста, 20-, 22-, 25-маселелер үйдө иштелет. Кайталоого берилген 15-, 16-, 17-, 21-, 25-, 29-суроолор аркылуу бул параграф бышыкталат (түзөтүү: 15-беттеги акыркы абзацтагы *DC* эмес *BC* деп окулат).

Бул темада теориялык материалды түшүндүрүүнүн аңгеме эвристикалык (суроо-жооп) методдорун колдонууга болот. Эгерде аңгемени окуучуларга ушуга чейин белгилүү болгон түшүнүктөр боюнча жыйынтык чыгаруунун каражаты десек, анда эвристика орчундуу жалпы суроого жөнөкөй суроо-жооптор аркылуу керектүү жоопту издеп табуу болуп эсептелет.

В. Баяндалган фигуралар жөнүндөгү түшүнүктү тагыраак өздөштүрүү үчүн китепте алынган үч бурчтук, тик бурчтук, томпок жана томпок эмес фигуралардын картондон кесилип алынган моделдерин колдонсо болот. Алар тегиздиктин (картондун) ар кандай бөлүгү - чекиттердин чексиз көптүгү экендигин окуучуларга түшүндүрөт. Бир эле элементи бар же бир эле чекиттен турган көптүк - фигура болоорун атайлап эскертүү зарыл.

Фигуралардын барабардыгын окутууда көрсөтмөлүүлүктү пайдаланып, мисалы, картондон кесилип алынган *ABCD* жана *A'B'C'D'* фигуралары боюнча алардын барабардыгын көрсөтүп, 12-, 13-маселелерди иштетүү процессинде эле түшүндүрүүгө болот.

Айлана. Бул теманы өтүүгө бир саат сунуш кылууга болот. Мындагы маалыматтардын бардыгы (радиус, диаметр, хорда, жаа ж.б.) окуучуларга 6-класстан (I глава, §4) тааныш болгондуктан аларды кайталап, окуучулардын эске тутуу жөндөмдүүлүктөрүн өстүрүү максатында 27-сүрөттү плакатка түшүрүп алып (же доскада) пайдаланылуучу жетектөөчү суроолорду тактап алуу жетиштүү.

Теорема жөнүндө түшүнүк берүү өтө жооптуу. Геометрияны өздөштүрүүдөгү эң татаал деп эсептелген окуу материалы – бул далилдөө. «Теореманын тууралыгын (чындыгын) көрсөтүүчү талкуулоолордун (ой-жүгүртүүлөрдүн) тизмеги – бул далилдөө. Ушул

Теманын китептеги берилиши окуучулар үчүн жөнөкөй жана түшүнүктүү экендигин белгилеп кетүү керек.

§4. Бурч. Бурчтун түрлөрү *(6 саат)*

А. Теманын өзгөчөлүгү: бурч жөнүндө толук маалымат берилип, ал сүрөттөр менен түшүндүрүлөт. Бурч жана анын түрлөрү 5-класста (§8, 186-бет) каралган. Аларды эске түшүрүп кайталоодо: сүрөтү боюнча бурчту атоону, бурчтун аталышына карата сүрөтүн сызууну (же плакаттан көрсөтүүнү) талап этүү керек. Ошонун эле негизинде бурч жөнүндөгү түшүнүк, жаңы тема боюнча тереңдетилет, бурч жөнүндө жаңы маалыматтар (жанаша, жандаш, жайылган, вертикалдык бурчтар) пайда болот. Темада атайын көңүл буруууга керек болгон түшүнүктөр: бурчтун биссектрисасы; III_3, III_4, IV_1, IV_2 аксиомалар; вертикалдык бурчтардын барабардыгы жөнүндөгү 2-теорема (3б-бет) болуп эсептелет.

Темага берилген маселелер, андагы төрт подтеманын маанисин ачкан, жеңил иштеле турган көнүгүүлөрдөн турат.

Методикалык зарылчылыгы: теориясында да, маселе иштөөдө да бурчтарды белгилениши боюнча окутууда сүрөттү калем саптын же карандаштын учу менен көрсөтүп иштөөгө машыктырууну талап кылуу максаттуу болот.

Ушул сабактарда 9-, 10-, 11-, 12-, 17-, 18-, 20-, 22-маселелер оозеки иштетилет. Ал эми калган маселелердин айрымдары жазуу жүзүндө иштетилип, айрымдары (мисалы: 2-, 3-, 7-, 13-, 23-маселелер үй тапшырмага сунушталат), өз алдынча иштөөгө 6-, 8-, 14-, 15-, 16-, 21-маселелерди пайдаланууга болот. Кайталап окуп, 19-, 20-, 25-, 26-, 27-, 28-, 29-суроолорго жооп даярдоо керек.

Көрсөтмө курал үчүн китептеги 38-, 41-, 46-, 47-сүрөттөрдү плакатка чийип алуу оңтойлуу. Мында 41-сүрөттө ар түрдүү түстөгү сызыктар, 46-, 47-сүрөттөрдө шоолалардын башка түс менен сызылганы максатка өтө ылайык келет.

Параграфтагы 4.1, 4.2, 4.3 пункттардын материалдарын өтүүгө үч саат сарпталат. Бул темадагы материалды 5-класста өтүлгөндөргө негиздеп түшүндүрүү керек экендиги жогоруда айтылды. Ошондуктан мугалим китептеги көнүгүүлөргө, жалпылоого атайын көңүл буруп иш жүргүзсө туура болот.

В. Бурчтун аныктамасы эң жөнөкөй тил менен берилгенин айта кетүү керек. Темадагы бурчтун жактары, бурчтун чокусу жөнүндө маалыматтар буга чейинки 5- жана 6-класстардан белгилүү болгондуктан, 38-, 39-сүрөттөр аркылуу жетектөөчү суроолор менен жанаша жаткан бурчту түшүндүрүүгө болот. Бышыктоо иретинде ар түрдүү вариациядагы сүрөттөрдү сызуу керек.

Жайылган бурчту алды менен жарым айланадан көрсөтүп, андан кийин 40-сүрөттү колдонуу оңтойлуу. Себеби, бурчтун өлчөмүн (4.4, 4.5) кароодо толук бурч жана жайылган бурчка кошумча маалымат берилишин колдонсо болот.

41-сүрөт боюнча $\angle 4$кө кайсы бурчтар жандаш деген суроону коюп, жообун (сүрөттү) үйдөн карап, жазып келүүлөрүн талап кылуу зарыл (жообу: *b* түз сызыгына карата 4-бурчка 2-бурч вертикалдык бурч болот, ал эми *a* түз сызыгына карата 1-бурч 2-бурчка жандаш, бирок 1-бурч 3-бурчка вертикалдык бурч болот.

Китептеги барабардык түшүнүгү жөнүндөгү эң башкы өзгөчөлүк, анын фигуралардын барабардыгын беттештирүү жолу менен каралгандыгы эсептелет. Ушул жол «көрүнүп тургандай» деген өзгөчөлүгү менен белгилүү.

Демек, ушул теманын негизгиси − бул бурчтун биссектрисасына берилген аныктама.

Ал эми тик бурч жөнүндө мурдагы класстан белгилүү болгондой $AB \perp OC$ ны түзүп алгандан кийин, китептеги 47-сүрөт боюнча иштөө керек. Мында OE жана OD шоолалары AB га перпендикулярдуу эмес, демек $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle BOD$ лар тик бурч эмес деп түшүндүрмө берүү ылайыктуу.

4.3. Бурчтун чени. Бурчту ченөө

Бул материалды өтүүдө 5-класстагы §8 (186-бет) тагы бурч жөнүндө өтүлгөндөр боюнча тест түзүп кайталоо зарыл. Мында темага тиешелүү суроолор камтылууга тийиш. Атап айтканда 5-класстын окуу китебиндеги 73-сүрөттү колдонуп, 30°, 45°, 60°, 90°, 120° бурчтарды түзүү; сүрөтү боюнча бурчту ченөөнү жүргүзүү керек.

Мында тик бурчтун $\frac{1}{90}$ бөлүгүн 1 градус деп атап, аны транспортир боюнча көрсөтүп коюу оңтойлуу. Бурчту транспортир аркылуу ченөөнү аткаргандан кийин, 50-сүрөт боюнча ченөөнүн

ыкмасын китептегидей көрсөтүү жетиштүү. Алдыда айтылган тик бурч боюнча тар жана кең бурчтарды сызып көрсөтүү зарыл.

Бурчтарды ченөөнүн негизги касиеттери–аксиомалар так, даана айтылып, аларды эске сактап калуу зарыл.

Берилген кесиндиге барабар болгон кесиндини жана берилген бурчка барабар бурчту ченеп коюу үчүн тиешелүү аксиомалар берилгенден кийин, ченөө менен ченеп коюунун айырмасын түшүндүрүү зарыл. Бул жөнүндө китепте так айтылган.

С. Айрым маселелердин чыгарылыштарына токтололу.

17-маселе. Жалпы класстын ар бир окуучусунун 52-сүрөттөгү бардык бурчтарды ченеп отурушу оңтойсуз, ошондуктан аларды үч катарга бөлүп, катар боюнча: 1-катардагыларга *AOB* бурчунун, 2-катардагыларга *EDC* бурчунун, 3-катардагыларга *EKL* бурчунун маанисин ченеп жаздырып алгандан кийин, класстын жалпы окуучуларына *PNM* бурчунун маанисин ченеттирип жаздырткан оңтойлуу болот.

18-маселе. а) Транспортирдин жардамы менен 53-сүрөттөн $\angle AOC = 90°$ түзүлдү. Ал эми жайылган бурч 180° болгондуктан, а) $\angle COB = 90°$, $\angle AOC + \angle COB = 90° + 90° = 180°$ болот, III_3 аксиоманын негизинде далилденет. б) *OC* шооласы жаткан жарым тегиздик 53-сүрөттөгү *AB* түз сызыгынын жогорку бөлүгү. $\angle AOD$ тар бурч болуш үчүн *OD* шооласы *OC* нын оң жагында, же $\angle AOD$ $\angle AOC$ болот. $\angle AOE$ кең бурч болуш керек. Демек, *OE* шооласы *OC* нын сол жагында жайгашат. Ушул анализден кийин маселенин суроолоруна жооп берүүгө болот.

20-маселени жанаша жаткан жана жандаш бурчтардын айырмасын калыптандыруучу маселе десек болот. Ушул түшүнүктөр боюнча маалыматты эске салып, айрым маселелерди класста оозеки иштеп ошондой эле маселелерди үй тапшырмага берсе болот. Маселенин сүрөтүн транспортирдин жардамы менен сыздыруу зарыл, себеби изделүүчү $\angle AOC = 70°$, жандаш бурчтардын суммасы болорун көрсөтүү керек.

21-маселе 20-маселенин уландысы. Мындагы изделүүчү бурч жайылган бурчтан чоң. Класстагы окуучулардын бардыгы түшүнүп чыгаруулары зарыл.

22-маселени чыгарууда 29-беттеги жандаш бурчка берилген түшүнүктү колдонуу керек. Сүрөтүн сызып, пайда болгон бурч кандай бурч болоорун изилдөө ашыкча эмес.

4.4. Бурчтар менен аткарылуучу амалдар *(2 саат)*

А. Бурчтарды кошуу, берилген бурчту *n* санга көбөйтүү амалдарын аткаруу китепте эң жөнөкөй берилген.

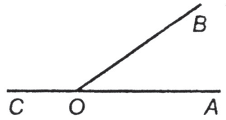
Ошентип, болжол менен 26-, 29-, 30-, 32(1)-, 35-, 38-, 40-, 46-, 47(а)-, 49-, 50(а)-маселелерди класста иштетүүгө; 28-, 31-, 33-, 34-, 36-, 37-, 39-, 41-, 42-маселелерди үйдөн иштетүүнү; жана 43-, 45-маселелерди окуучуларды өз алдынча иштетүү үчүн пайдаланууга сунуш этебиз.

§4 боюнча окуучулар эмнелерди эске сактап калуусу керектигин аныктоо үчүн алар кайталоого берилген 13-, 14-, 19-, 20-, 22-, 24-суроолорго так ишенимдүү жооп бергендей болушу зарыл экендиги эске алынууга тийиш. Алардын дептерлеринин жогорку оң бурчунда ушул таблица көзгө уруунтуктуу болуп жазылып турушу керек. Аны үй тапшырма катары жаздырса да болот.

1-главаны кайталоого карата берилген маселелер жана суроолор анча оор эмес. Алар ар түрдүү мааниде. Ошондуктан, мисалы: 5-11-маселелерди текшерүү ишине берсе болот.

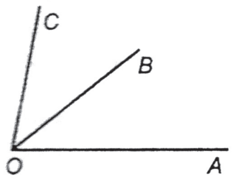
а)

$\angle AOB$ бурчу жайылган бурч.



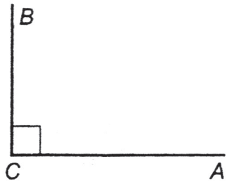
б)

$\angle AOB$ жана $\angle BOC$ − жандаш бурчтар.



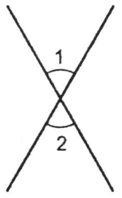
в)

$\angle AOB = \angle BOC$,
OB − биссектриса



г)

$\angle AOB = 90°$ тик бурч.



д)

$\angle 1 = \angle 2$
вертикалык бурчтар.

1-сүрөт

1-вариант: №6, 9, 11. *2-вариант:* №7, 8, 10. 5-маселени эки вариантка тең кошумча сунуштоого мүмкүн. Ал эми 1-, 2-, 3-, 4-маселелерди жакшы окуган окуучуларга үй тапшырмага берип, семинар катары кийинки сабакта чыгарылышын түшүндүрүп, баяндап берүүнү окуучулардан талап кылган жакшы. Мындай кыска мөөнөттүү семинарды өткөрүүгө 10-12 мүнөт жетиштүү.

В. Бул темадагы 2-теоремага көңүл буралы. Далилдөөнүн схемалык жолун карайлы. 56-сүрөт боюнча:

1-ден вертикалдык 1- жана 2- бурчтар. $\angle 1 = \angle 2$ болоорун көрсөтөлү.

2-ден жайылган бурч, $\angle COA$, ал эми $\angle COA = \angle 1 + \angle 3$.

3-дөн III_3 аксиома боюнча $\angle COA = 180°$.

4-дөн a түз сызыгында $\angle 1 + \angle 3 = 180°$,

мындан $< 1 = 180° - 3\dots$.

5-ден b түз сызыгында $\angle BOD = 180°$, же $< 2 + < 3 = 180°$. (1)

Мында $\angle 2 = 180° - \angle 3 \dots$. (2)

6-дан (1) менен (2) лерди салыштырсак, $\angle 1 = \angle 2$. Теорема далилденди.

Схемалык түрдө далилдөө оңтойлуу. Анын ар бир бөлүгүндө суроо коюлуп, жоопту окуучулардан алууга жетишүү зарыл.

4.5. Борбордук бурчтар

$\omega(O; R)$ – бул O борбору жана R радиусу менен берилген айлана. Айлананы ушул түрдө белгилеп жазуу 7-класс үчүн жаңылык.

Мугалим үчүн жайылган бурч жана толук бурч жөнүндөгү түшүнүктөрдү айтканда аларды айланада көрсөтүү эң эле оңтойлуу. Ошондуктан айланада ошол бурчтарды түстүү сыя менен көрсөтүлгөн плакатты пайдаланган жакшы. Темадагы 3-теоремага чейинки баяндоонун түшүндүрүлүшү теореманын далилденишин жеңилдетери көрүнүп турат. Ошондуктан 54-сүрөт боюнча $\angle DOB + \angle BOC = \angle DOC$, $\smile DB + \smile BC = \smile DC$ барабардыктардын мааниси теоремада айтылып далилденет. Далилдөө беттештирүү жолу менен жүргүзүлгөндүктөн, мында схемалык анализди колдонбосо да болот. Мугалим ушул жолдун ыкмасын гана иштеп чыгуусу керек. Ал үчүн кагазга чийилген 58-сүрөткө тунук (прозрачный, целлофан) материалга чийилген 58-сүрөттү беттештирүү керек.

С. 25-50-маселелер боюнча көрсөтмөлөр. Класста маселени чыгаруу көп убакыт албасын үчүн мугалимдин жетектөөчү суроолору аркылуу окуучуну тез иштетүүгө маселени чыгаруунун айрым учурларын аксиома, теорема, натыйжага шилтеп коюуга үйрөтүү зарыл. Мисалы, 25-маселенин талабына көпчүлүк окуучулар дароо эле туура жооп берсе, түшүнбөй калгандары үчүн, же класстын көпчүлүгү жооп берүүдөн кыйналса мугалимде болгон даяр плакатты (40-сүрөт, 29-беттеги) колдонуу керек.

26-маселени тез иштетүүнүн жолун сунуш кылалы. 1-ден *OA* шооласы доскада окуучу маселенин шартын окуп жатканда эле сызылды дейли. 2-ден 1-окуучу (шамдагай, анын ушул сапатын мактоо керек) транспортир менен 70° тук бурчту ченеп, $\angle AOD$ ны, б.а. *OB* шооласын жүргүздү.

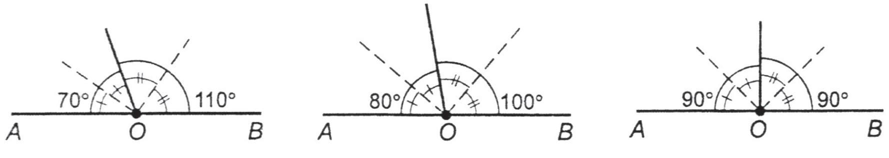
3-дөн жалпы класска – биссектриса деген эмне? деген суроого жооп алынгандан кийин 31-беттеги анын аныктамасын карап эске салуу сунушталат. Демек, 4-дөн 70°:2 = 35°. $\angle AOC$ = 35° кайрадан транспортир менен ченелип коюлат.

27-маселени мурдагы плакаттарды пайдаланып, оозеки чыгарууга болот.

28-маселени чыгарууда 56-сүрөттү колдонуп жазып эсептөө керек.

29-маселе. Доскага *O* чекитинде кесилишкен *AD* жана *BC* туз сызыктардан түзүлгөн вертикалдык бурчтарды чийүү керек. 1-сүрөт боюнча транспортирдин жардамы менен *AOB* бурчунун *OE* жана *COD* бурчунун *OF* биссектрисасын жүргүзүп алып (алар дептерлерде башка түстөгү сызык болгону жакшы) *AD* жана *OE*, *OF* жана *BC* түз сызыктары боюнча түзүлгөн вертикалдык бурчтарды салыштыруудан *OE* жана *OF* шоолалары *EF* түз сызыгы болорун көрүүгө болот.

30-маселе. Эсептеп далилдөөгө берилген. Далилдөө үчүн каалагандай үч жандаш бурчтарды алып, аларды үч катарга жазалы: 1-катарга 110°; 70°; 2-катарга 80°; 100°; 3-катарга 90°; 90°.



2-сүрөт

Чыгаруу. Биринчи катардагы $\angle 1 = 110°$ бурчту анын биссектрисасы 55° жана 55° бурчтарга; $\angle 2 = 70°$, бурчтун биссектрисасы аны 35° жана 35° бурчтарга бөлсө, анда $55° + 35° = 90°$. Демек, $\angle 1$ жана $\angle 2$ бурчтардын биссектрисаларынын арасындагы бурч тик бурч болот. Үч катарда тең ушул сыяктуу эсептөөлөрдөн 90° бурч пайда болооруна ишенүүгө болот. Демек, эки учурдун экөөндө тең бирдей жооп (90°) пайда болду, б.а. маселе далилденди.

31-маселени иштөөгө а) суроосун карайлы. Ал үчүн китептеги 45-сүрөттүн экинчисине тиешелүү тамгаларды коюу керек. Сүрөт боюнча маселеге жооп берүү мүмкүн. Маселенин б) суроосунда *AOB* бурчу кең, тар, тик болушу мүмкүн. III_4 аксиома боюнча, *OC* шооласы *OA* жана *OB* шоолаларынын арасында гана болушу керек. Демек, *OC* шооласы *OB* шоола жаткан жарым тегиздикте жатат жана мындай *OC* шоолалары чексиз көп.

32-маселе транспортирди колдонууну машыктырууга берилген.

Маселелердин 1-син класстан иштетип, калгандарын үйгө көрсөтмө берүү менен сунуштоо керек (мисалы, 61°30'·2 көбөйтүүнү аткарууда 61°30' бурчу удаалаш эки жолу ченелип коюлат).

33- жана 34-маселелерди үйдөн чыгарууга сунуштап: 1°=60'; тик бурч 90° болгондуктан, мисалы 30° бурч анын бөлүгүн түзөт деген сыяктуу көрсөтмөлөрдү кошо берүүгө болот. 36-маселени оозеки чыгартуу керек.

37-маселенин 3-нө токтололу. Жандаш бурчтардын бири, экинчисинен 3 эсе чоң, демек, $180° = x + 3x$, $180° = 4x$, $x = 45°$.

Жообу: 45° жана 135°.

Айрым көнүгүүлөрдү иштөөдө изделүүчү чоңдукту x аркылуу белгилеп алуу оңтойлуу.

38-маселенин берилишин тактап иштөөнү жакшы окуган логикалык ойлоо жөндөмү жогору болгон окуучуга сунуш этүү керек. а) Суммасы 70° болгон кандай бурчтар деген суроо берилет. Эки түз сызыктын кесилишинде вертикалдык жана жандаш бурчтар пайда болгондуктан, алардын кайсынысы жөнүндө сөз болуп жатканына түшүндүрмө берүү керек. Демек, алар вертикалдык бурчтар, анда 70°:2 = 35° тан болгон бурчтар. Ал эми б), в) суроолордо жандаш бурчтарды 37-маселедеги ыкма менен эсептөөгө болот. б) учурундагы бурчтарды x жана $3x$, в) учурундагы бурчтарды x жана $x + 35°$ деп белгилөө сыяктуу көрсөтмө берген дурус.

39-маселени мүмкүн болушунча тиешелүү бурчтун сүрөтү боюнча тактап иштетүү керек.

40-маселеде изделүүчү бурчтарды x жана $4x$ деп белгилеп, маселенин шартындагы $\angle ACB$ жайылган бурч болгондуктан изделүүчү бурчтар $180° = x + 4x$ барабардыгы аркылуу эсептелет.

41-маселеге китепте көрсөтмө берилген.

42-маселе китептеги сүрөт боюнча оңой иштелет.

43-, 44-, 45-маселелер өз алдынча иштөөгө сунуш кылынат. 43-маселеде алды менен AE түз сызыгы жүргүзүлөт, андан O чекити белгиленет. AO жана OE шоолалары алынды, $\angle AOB = x$ дейли, андан улам кийинки бурчту маселенин шарты боюнча $\angle BOC = x + 10°$, $\angle COD = x + 20°$, $\angle DOE = 30°$ деп алуу жетиштүү. Тиешелүү эсептөөлөрдөн кийин $x = 30°$ алынат. Бурчтарды эсептеп алгандан кийин транспортирдин жардамы менен B, C, D чекиттерди таап, аларды O чекити менен туташтырып коюу керек.

44-маселенин татаалдыгы сүрөтүндө, б.а. берилген бурчка жандаш бурчтарды китептеги 41-сүрөт боюнча карасак, анда берилген $2 \cdot \frac{3}{8}d$ чоңдук вертикалдык бурчтардын суммасы болгондуктан, изделүүчү бурчту $x + \frac{3}{8}d = 2d$ барабардыгынан эсептөөгө болот.

II глава. Параллель түз сызыктар

(10—12 саат)

А. Ушуга чейин колдонулуп келген окуу китептеринде түз сызыктардын өз ара жайланышы жөнүндөгү түшүнүк «Үч бурчтуктардын ички бурчтары» деген темада каралган. Параллелдүүлүктүн, перпендикулярдуулуктун айрым касиеттери маселе катары берилген эле. Ал эми бул түшүнүктөр планиметрияда да жана стереометрияда да каралуучу фигуралар үчүн өтө маанилүү болоору белгилүү. Демек, ушул главаны толук, сезимтал өздөштүрүүнүн натыйжасы кийинки главалардан көрүнөөрү түшүнүктүү. Главада 11 теорема каралат. Демек, окуучулардын эске сактоо жөндөмүн өнүктүрүү максатында методикалык ыкма катары аң сезимдүүлүк принциби менен бирдикте көрсөтмөлүүлүк, салыштыруу, тажрыйба методдорун колдонуу зарыл. Түз сызыктардын жана тегиздиктердин өз ара жайланыштары планиметрияда, ошондой эле стереометрияда фигуралардын касиеттерин окуп үйрөнүүнүн негизин түзө турган-

дыгы белгилүү. Главадагы түшүнүктөрдүн мааниси конструктивдүү мүнөздө болуп, түшүндүрүүдө окуучулардын туюп билүү жана турмуштук тажрыйбалары кеңири колдонулууга тийиш. Глава: параллель түз сызыктардын аныктамасы; параллель түз сызыктарды түзүү; параллелдүүлүктүн аксиомасы; параллелдүүлүктүн касиеттери; параллелдүүлүктүн белгиси; түз сызыктардын перпендикулярдуулугу; маселе чыгаруу; дагы башка бир топ түшүнүктөрдү камтыйт. Главадагы материалды окуп өздөштүрүүгө 10-12 саат сабак өткөрүүнү сунуш кылууга болот.

§ 5. Параллель түз сызыктардын аныкталышы *(1 саат)*

B. Бул темада түз сызыктардын өз ара жайланышынын эки абалы (кесилиши жана параллелдиги) каралат. Түз сызыктардын дал келген учурун эске салып коюу ашыкча эмес. Сабакта параллелдик аксиомасы берилет. 4-теореманын далилдениши аксиоманын жардамы менен жеңил жүргүзүлөөрү көрүнүп турат.

Параграфтагы берилген маселелердин 1-, 2-, 4-, 6-, 8-, 10-номерлерин класстан, 3-, 5-, 7-, 9-, 11-номерлерин үйдөн иштөөгө сунуш этүүгө болот.

II главага карата берилген маселелерден 1- менен 2-маселелерди жана 6-, 7-, 8-, 9-теоремаларды китептен окуп, алардын сүрөттөрүн өзүнчө баракка сызып, далилдөөлөрүн жүргүзүү талап кылынат.

Ошентип, класста: 1-, 3-, 4-маселелер жалпы окуучулар менен, 2-маселе оозеки, 6-маселе өз алдынча иштетилип, 5-, 7-, 8-, 9-маселелер үйгө тапшырма катары сунуш этилсе болот.

Кайталоодо берилген суроолордон 1-, 2-, 3-нүн жооптору талап этилет.

Китеп менен иштөө: (42-беттен көрсөтүп берилет) 59-сүрөттү түшүнүү. 60-сүрөт боюнча $a||b$ ны түзгөндү үйрөнүү. V аксиоманы сезимтал жаттоо (сүрөтүн кара); 4-теореманын далилдөөсү: «тескерисинче» деген сөздөн башталган абзацты түшүнүп окуу керек.

C. 1-маселенин чыгарылышын конструктивдүү түрдө берели: аны жалпы класс менен иштөөнү сунуш кылууга болот. Ал үчүн 3-4 түрлүү паста керек. Окуучуларга көрсөтмө: дептерлерге l түз

Тегиздик *a* жана *b* түз сызыктарына карата ички жана тышкы бөлүктөргө бөлүнөөрүн көрсөтмөлүү берүү зарыл.

Түшүндүрүү процессинде эле (*) таблица досканын бурчуна рамкага алынып жазылууга тийиш. 63-сүрөт боюнча рамкадагы ички, тышкы, ички бир жактуу, тышкы бир жактуу, туура келүүчү бурчтарды бышыктап алып, 5-теореманы §5теги 4-маселени эске салып далилдөө керек. Теорема тескерисинче далилденет.

**-таблица*

Ички кайчылаш бурчтар $\angle 2$ менен $\angle 6$ же $\angle 1$ менен $\angle 5$
Тышкы кайчылаш бурчтар $\angle 3$ менен $\angle 7$ же $\angle 4$ менен $\angle 8$
Ички бир жактуу бурчтар $\angle 1$ менен $\angle 2$ же $\angle 5$ менен $\angle 6$
Тышкы бир жактуу бурчтар $\angle 3$ менен $\angle 8$ же $\angle 4$ менен $\angle 7$
Туура келүүчү бурчтар $\angle 1$ менен $\angle 3$ же $\angle 6$ менен $\angle 4$ же $\angle 2$ менен $\angle 8$ же $\angle 5$ менен $\angle 7$

6-теоремада түз сызыктардын параллелдүүлүгүнүн биринчи белгиси мүнөздөлөт. Бул теореманы далилдөөдө колдонула турган түшүнүк: 180°ка буруу жана I_2 аксиома. Бурууну иреттүү аткаруунун негизинде пайда болуучу карама-каршылыктын келип чыгышы менен теорема далилденет.

7-теоремада параллелдүүлүктүн экинчи белгиси камтылган. Анын далилдөөсү кыска, жөнөкөй. Теореманын (1) бөлүгү боюнча 65-сүрөттө ($\angle 1 + \angle 4 = 180°$) $\angle 1$ жана $\angle 3$ тү бир түс, $\angle 2$ менен $\angle 4$тү башка түс менен көрсөтүп койсо, түшүндүрүү жеңил болот.

8- жана 9-теоремалар, 6- жана 7-теоремаларга тескери. Мында түз сызыктардын параллелдүүлүгү боюнча ички кайчылаш жана ички бир жактуу бурчтарынын суммасы 180° болоору далилденет.

Биринчи сабакта эле теориялык материалды үзгүлтүксүз өтүп, бышыктап алуу оңтойлуу болуш керек. (*) таблицаны ар бир окуучунун аң-сезимдүү өздөштүрүшү 6-, 7-, 8-, 9-теоремаларды түшүнүп далилдөөгө негиз салат. 3-маселе, теоремалардын маанисин терең билип далилдөөсүн түшүнүп окуу, 63-сүрөт боюнча өз алдыларынча талкуулоо жүргүзүүгө берилген.

С. 5-маселени чыгарууда окуу китебиндеги 68-сүрөттү пайдаланабыз. Берилген ички бурч – $\angle 8$ десек, анда ага ички бир жактуу бурч $\angle 2$, ал эми берилген ички бурчка – $\angle 8$ ге, вертикалдык

сызыгын кара паста менен доскадагыдай сызгыла, а) аны кесип өткөн *a* жана *b* түз сызыктарын көк түстө сызгыла.

б) *l* ге параллель болгон *c* түз сызыгын кызыл паста менен сыздыруу керек. №2 оозеки иштеле турган маселе. 3-маселеде (түзөтүү: *FM* эмес *EM*) көрсөтүлгөн параллель кесиндилерди жана шоолаларды жазуу керек. $AB||CD$, $AB||ED$, $ON||EM$, $OF||EM$, андан соң 59-сүрөттүн түшүндүрмөсүн белгилүү деп алып, маселенин суроосуна жооп берүү керек.

4-маселе. Теориялык маселе экендиги белгилүү. $a||c$, $b||c$ мындан $a||b$ болоорун далилдөө талап кылынат.

Далилдөө: c түз сызыгына бир кыры дал келгендей кылып сызгычты коюп, анын экинчи кыры аркылуу *a* түз сызыгын сызалы. Анда маселенин шарты боюнча $a||c$ ны алабыз, $b||c$ ны түзүү үчүн сызгычты *c* түз сызыгынын экинчи жагына коюп, *b* ны сызабыз. Түзүүдөн көрүнүп тургандай $a||b$ болот. Маселе далилденди.

Мугалим ушул сыяктуу маселелерге атайын токтолуп, өзгөчө маани берип туруусу зарыл. Ал үчүн айлана-чөйрөдөн бышыктоочу мисалдарды келтирүүгө болот. Мисалы, каралып жаткан маселени далилдегенден кийин кубдун, параллелопипеддин параллель кырларын атап көрсөтүүгө болот.

5-, 7-, 8-, 9-маселелерге оозеки түшүндүрмө берилип үйдөн иштелет.

9-маселеде 4-теорема (43-бет) колдонулат.

6-маселе 4-маселенин негизинде класста өз алдынча иштетилет.

§ 6. Түз сызыктардын параллелдик белгилери
(2 саат)

Бул теманы окуп үйрөнүүнү болжолдуу түрдө эки сабакка бөлүүгө болот.

А. Теманын өзгөчөлүгү: «Геометрия 7−11» (А.В.Погорелов) окуу китебиндеги эки теорема менен берилген параллелдик белгини, жаңы окуу китебинин авторлору кеңири баяндап түшүнүктүү, кыска айтылган эки түз жана эки тескери теорема менен беришкен.

В. Теманы түшүндүрүүдө ашыкча ой жүгүртүүнү болтурбаш үчүн китептеги 63-сүрөттүн «ички» жана «тышкы» бөлүктөрүнө керектүү маалыматтар жазылган плакатты пайдалануу керек.

бурч $\angle 3$ болот. Анда маселенин шарты боюнча $\angle 8 + \angle 2 + \angle 3 = 240°$. Берилген бурчка туура келүүчү бурч сүрөт боюнча $\angle 1$ же $\angle x$ дейли. 7-теорема боюнча $\angle 8 + \angle 2 = 180°$, $\angle 8 = \angle 3$ вертикалдык бурчтар болгондуктан, 9-теорема (б) боюнча $\angle 3 = \angle x$, мындан $\angle 8 = \angle x$ демек, $\angle x = 60°$ деп эсептеп алууга болот.

6-маселенин (а) га түзөтүү: $\angle BEC$ эмес, $\angle BEF$ деп окуу керек; б) берилген бурчтар бир жактуу ички бурчтар болгондуктан $86°47' + 93°13' = 180°$.

7-маселе. 67-сүрөт боюнча $\angle 6$ жана $\angle 1$ лер жандаш бурчтар. Демек, $\angle 1 = 180° - 92° = 88°$, анда 9-теорема (б) боюнча $\angle 1$ жана $\angle 8$ бир жактуу бурчтар болгондуктан, $\angle 1 = \angle 8$ болот, ошондо гана $a \| b$ болот.

10-маселе. а) 8-теорема жана китептеги 68-сүрөт боюнча $\angle 8 = \angle 5$, ал эми $\angle 5 + \angle 2 = 180°$ боюнча эсептелет.

§ 7. Перпендикулярдуу түз сызыктар. Перпендикуляр жана жантык *(2 саат)*

А. Темадагы материал татаал эмес. Түз сызыктардын перпендикулярдуулугу жөнүндөгү негизги маалыматтар 6-класста аныкталып, тиешелүү сүрөттөрү (33, 34) жана ошондой эле түзүүгө, далилдөөгө арналган маселелер (571, 577 ж.б.) менен берилген. Айтылгандардын баарын кайталоонун зарылчылыгы жок, бирок алдын ала даярдалган сүрөттөр боюнча өткөн түшүнүктөрдү эске салуу зарыл.

В. Жогоруда айтылган боюнча теманын теориялык бөлүгүн, 1-, 2-, 3-, 4-маселелерди биринчи сабакта чыгартып өтсө болот. Тапшырмага китептеги 7-параграфты окуп келүү сунушталып, окуучулардан теоремаларга тиешелүү сүрөттөрдү так, даана сызып, далилдөөнү туура жүргүзүүнү окуучулардан талап этүүгө болот. Экинчи сабакта теоремаларды кайталап, 5-, 7-, 9-, 11-маселелерди класстан, 6-, 8-, 10-маселелерди үйдөн иштөөгө сунуш кылууга болот.

10-теореманын далилдөөсү окуу китебинде берилген. 11-теореманы далилдөөнүн жалпы жолу да окуу китебинде көрсөтүлгөн. Ошондуктан сабакта 12-, 13-теоремаларды гана далилдеп, аларды 1- жана 2-маселелер менен бышыктоо керек. Ал эми 3- жана 4-маселелерди окуучуларга оозеки иштетүүгө болот.

C. Параграфка берилген 1-, 2-, 3-, 4-маселелердин чыгарылышы жөнөкөй. 5-маселе 11-теореманын негизинде эле далилденет. 7-маселени далилдөө үчүн ар түрдүү варианттагы сүрөттөрдү сызуу туура болот. 9-маселеде тик бурчтукка мүнөздөмө бергенге багыт берүү керек. Анын аталышы эле бурчтарынын тик болоорун баяндап турат. 10-маселе эсептөөгө берилген, жеңил.

§ 8. Тиешелүү жактары параллель бурчтар (2 саат)

A. Бул теманы эки сабакка бөлүп өтүүгө болот. Алды менен класска жалпы тиешелүү жактары параллель болгон ар түрдүү варианттагы бурчтарды окуучулардын дептерлерине чийдирүү керек. Вертикалдык бурчтар жөнүндө кайталоо зарыл.

B. 14-теореманы класстан далилдеп, бышыктоо иретинде I, 2-, 3-, 4-, 5-, 10-маселелерди чыгарып, 6-, 8-, 9-маселелерди үйдөн иштөөнү сунуш этүүгө болот. Албетте, бир сабакта алты маселе иштөө жеңил эмес. Бирок алдын-ала көрүлгөн даярдык менен айрым эсептөөлөрдү үйдөн улантып иштөө менен жетишүүгө болот.

Эки бурчтун тиешелүү жактары бирдей же карама-каршы багытталган учуру 14-теоремада айтылат. 73-сүрөттү параллель түз сызыктар $a \| a_1$ кызыл, $b \| b_1$ көк түгөйлөш бирдей түстөгү плакатка чийип алуу керек. $\angle 1$ жана $\angle 3$ бурчтардын тиешелүү жактары бирдей багытталган $OA \| O_1A_1$ шоолалар, ал эми $\angle 1$ жана $\angle 5$ бурчтардын жактары ар кандай багытта экенин көрсөтүү керек. $\angle 1 = \angle 2$ экендигин далилдеп, $\angle 2$ жана $\angle 5$ жандаш болгондуктан $\angle 1 + \angle 5 = 180°$ далилденет. Китептен 8-, 9-, 10-суроолорго жооп таап жаздырууну сунуш кылабыз.

Маселе чыгарууга көрсөтмө.

C. 1-маселенин шарты боюнча $75° + 125° = 200°$, демек 14-теорема боюнча *AB* түз сызыгы *CD* түз сызыгына параллель эмес. Себеби *AB* жана *CD* түз сызыктары үчүнчү *BC* түз сызыгы менен кесилишет. Андагы пайда болгон бир жактуу ички (же ички кайчылаш) бурчтардын суммасы 180° болуш керек (7-теорема).

2-маселенин 74-сүрөтү боюнча 14-теореманы жана андан алынган натыйжаны (52-бет) колдонуп иштөөгө болот.

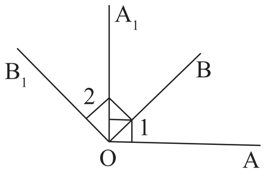
3-маселени далилдөө үчүн 74-сүрөттөгү $\angle EKB$ жана $\angle CLF$ бурчтарга 14-теореманын натыйжасын колдонуу керек.

4-маселеде 74-сүрөттөгү $\angle DLF$ жана $\angle EKB$ үчүн $DL \| KB$, ал эми LF менен KE карама-каршы багытталган шоолалар. 14-теореманын экинчи бөлүгүн (же 180° ка барабар) колдонууга болот.

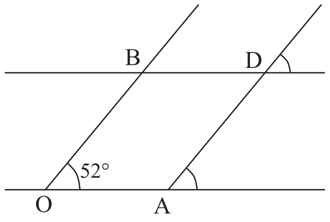
5-маселени берилген бурчтар үчүн чыгарабыз. $\angle AOB = \angle 1$ жана $\angle A_1O_1B_1 \angle 2$ тар бурчтарында (3-сүрөт) алардын тиешелүү жактары перпендикулярдуу болсун дейли: $AO \perp A_1O$ жана $BO \perp B_1O$, анда $\angle AOB = \angle A_1OB_1$ болоорун далилдөө керек. Маселенин шарты боюнча алардын тиешелүү жактары перпендикулярдуу: $OA \perp OA_1$, $OB \perp OB_1$, демек $\angle AOA_1 = 90°$ жана $\angle BOB_1 = 90°$. Берилген эки тар бурчтун ар бирине бир эле $\angle BOA_1$ ди кошсок, 90° тук бурч келип чыгат: $\angle AOA_1 + \angle BOA_1 = 90°$, $\angle BOB_1 + \angle BOA_1 = 90°$, демек $\angle 1 = \angle 2$. Маселе далилденди.

6-маселенин шарты боюнча AB жана AC түз сызыктары A чекитинен чыккан бири-бирин толуктоочу шоолалар. Анда $AB \| KP$, $AC \| KP$ болгондуктан, $\angle BAC = 180°$ жайылган бурч.

7-маселенин сүрөтүн, окуучулар менен талкуулап сызып алуу жетиштүү (4-сүрөт).



3-сүрөт

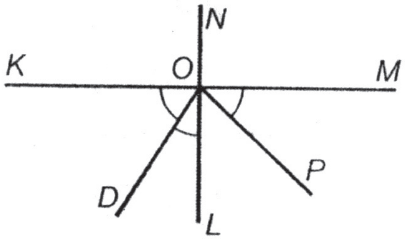


4-сүрөт

8-маселени чыгарууда 14-теореманын экинчи бөлүгүн колдонсок, $\angle BAC = x°$, $\angle DAC = x + 90°$, $\angle BAC + \angle DAC = 180°$, $\angle BAC = 45°$, $\angle DAC = 135°$.

9-маселе (8-маселедей эле чыгарылат).

$4x + x + 2 \cdot 90° = 360°$, $5x = 180°$, $x = 36°$, анда $\angle AOB = 36°$, $\angle A_1OB_1 = 144°$. Жогоруда айтылгандай 8- жана 9-маселелер алгебралык жол менен иштелет. Ошондуктан мугалим айрым маселелерге көңүл буруп иш жүргүзгөнү оңтойлуу. Ал эми 10-маселе бурчтар менен болгон амалдарга негизделип берилген.



5-сүрөт

10-маселенин берилишине карата түзүлгөн 5-сүрөт боюнча $KM \perp LN$, $\angle POM + \angle LOD = 75°$, $\angle KOD = 58°$, $\angle KOD + \angle DOL + \angle LOP + \angle POM = 180°$, б.а. $58° + 75° + \angle LOP = 180°$, $\angle LOP = 47°$, $\angle POM = 90° - 47° = 43°$, $\angle LOP = 90° - 58° = 32°$.

Жообу: 43°, 32°.

Глава боюнча бардык эле маселелердин чыгарылышына көрсөтмө берилди. Ошондуктан текшерүү ишин өткөрүүгө колдонулуучу маселелердин номерлерин кошо берип коюуну туура таптык. Кашаанын ичинде ошол маселелердин 2-варианттарынын номерлери берилген.

2-глава боюнча текшерүү ишин өткөрүүгө бир сабак сарп кылынса болот. Ал сабакта текшерүү ишине:

1) §6 дан №5 (№6);

2) § 7 ден № 5 (№ 7);

3) § 8 ден № 8 (№ 10);

4) глава боюнча берилгенден № 4 (а) (№ 4 (б)) маселелер пайдаланылышы ыктымал.

III глава. Үч бурчтуктар
(14 саат)

А.В.Погореловдун котормо окуу китеби боюнча үч бурчтуктун негизги касиеттери түз сызыктардын параллелдик белгилери менен бирдикте окулчу. Бөлүмдөгү негизги теориялык материалдын бири болгон үч бурчтуктардын барабардык белгилери мурда колдонулуп келген окуу китебинен айырмалуу негизделет. Себеби, бул китепте берилген үч бурчтукка барабар үч бурчтуктун боло тургандыгы жөнүндөгү сүйлөм аксиома катарында кабыл алынган эмес. Башка окуу китептеринен айырмаланып, айланага ичтен сызылган бурч жөнүндөгү теореманы да ушул бөлүмдө өтүү каралган.

§ 9. Үч бурчтуктар жана алардын түрлөрү

(2 саат)

А. Окуу материалын болжолдуу пландаштыруу. Бул темага 2 саат бөлүштүрүү сунуш кылынат. Теманын теориялык материалы окуучуларга пропедевтикалык курстан тааныш. Башкы максат: окуучулардын билимдерин системалаштыруу жана жалпылоо. Класста үч бурчтукка тектик жана түрдүк аныктама берип, анын негизги элементтери жана сызыктары жөнүндө түшүнүктөр калыптандырылат.

Жактарынын узундуктары жана бурчтарынын чоңдуктары негиз кылынып алынган учурлардагы үч бурчтуктардын илимий классификацияланышын окуучулар туура өздөштүргөнгө жетишүү абзел.

1-сабакта үч бурчтуктун аныктамасын берип, анын негизги элементтери жана сызыктары жөнүндө түшүнүк киргизилет. Ошондой эле 1-, 2-, 3-, 7-маселелерди иштетүүгө үлгүргөн жакшы. Үй иши катарында 4-маселени чыгаруу жана окуу китебинин 78-бетиндеги 1-жана 2-суроолорго жооп даярдоону сунуш кылуу максатка ылайыктуу.

2-сабакта үч бурчтуктарды жактарынын узундуктары жана бурчтарынын чоңдуктары боюнча классификациялоону жана тиешелүү аныктамаларды берип, натыйжаны таблица түрүндө окуучулар менен бирдикте жазып чыгуу керек. Класста 5-, 8-, 9-, 11-маселелерди иштетүү сунуш кылынат. Үйдөн иштөөгө 6- жана 10-маселелерди, 78-беттеги суроолордон 3-суроого жооп жазып келүүнү тапшырма катары берүүгө мүмкүн.

В. Мугалимдер үчүн түшүндүрмө жана теманы окутууга карата методикалык сунуштар. Тема үч бурчтукка маанилеш түшүнүк катарында фигура түшүнүгү аркылуу берилген аныктамадан башталат. Тексте 13-аныктама сунуш кылынган. Негизги сызыктарды ар түрдүү учурлар үчүн көрсөтүү максатка ылайыктуу. Анткени, эгерде тар бурчтуу үч бурчтук менен гана чектелсек, анда окуучулар үч бурчтуктун бийиктиги дайыма эле анын ичинде жатат деген, туура эмес жалпылоого келиши мүмкүн.

Окуучулар 5-класстан эле (8, 3. тема, «М-5») үч бурчтук жөнүндө маалыматтарга ээ экендигин эске алып, төмөнкүдөй тапшырмаларды удаалаш аткаруу менен тиешелүү аныктаманы алар өздөрү тап-

канга жетишүүгө болот. Адегенде мугалим доскага үч бурчтукту сызып коёт да, окуучуларга төмөнкүдөй суроолор менен кайрылат:

1. Бул фигура эмне деп аталат?
2. Сызгычтын жардамы менен *ABC* үч бурчтугун түзгүлө.
3. *A, B* жана *C* чекиттери бир түз сызыкта жатышабы?
4. Үч бурчтукка фигура катарында аныктама бергиле.
5. Үч бурчтуктун белгиленишин эсиңерге түшүрүп, *ABC* үч бурчтугу дегенди кыскача жазгыла.

ΔABC нын чокуларын, жактарын, бурчтарын атагыла жана аларды кыскача белги менен жазгыла.

Үч бурчтуктун биссектрисасын, жалпы эле бурчтун биссектрисасы жөнүндөгү окуучулардын билимдерине таянып, алардын өздөрүнө түздүрүп, тактап коюу керек. Калган негизги сызыктардын маңыздуу белгилерин мугалим өзү көрсөтүп берсе убакыт үнөмдөлөт.

Классификациялоонун математиканы өздөштүрүүдөгү маанисин эске алып, үч бурчтуктарды эки негиз боюнча классификациялоонун төмөнкүдөй таблицасын түшүндүрүп бышыктоону, айрыкча кайталоо этабында пайдалануу максатка ылайыктуу.

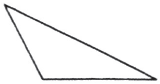
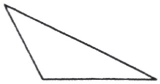
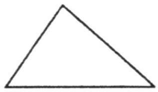
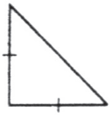
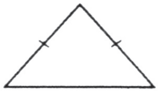
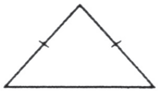
Окуу китебинде 75-сүрөтката басылып калгандыктан мугалим аны оңдоп берүүгө тийиш. Үч бурчтуктун биссектрисасы анын тиешелүү бийиктиги менен медианасынын арасында жаткандыктан, сүрөттөгү биссектрисанын негизи болгон *M* чекити, *B* жана *E* чекиттеринин арасында жатууга тийиш.

С. Маселелерди чыгарууга көрсөтмөлөр. 1-маселени чыгарууда чийме пайдаланылат, аны сыноочу көнүгүү катары 2-пунктта көрсөтүлгөн суроолорго жооп алынаары менен эле берүүгө болот. 2-маселе фигураны чиймеде таба (сыза) билүү ыкмаларын калыптандырууну улантат да, чийме аркылуу чыгарылат. 3-маселе үч бурчтуктагы барабарсыздыктарды түшүндүрүүгө багытталган. 4- жана 10-маселелер 3-гө таянуу менен чыгарылат (мында $a < b + c$ ж.б. тыкыр (катуутак) түрдөгү барабарсыздыктар экенине окуучулардын көңүлүн буруп коюу да жакшы).

5-, 6- жана 11-маселелер периметр түшүнүгүнө таянуу менен чиймесиз эле (класстан болсо оозеки) аткарылат.

7-, 8-маселелер кесиндини жана бурчту ченөө боюнча окуучулардын билимине таянып, үч бурчтуктун негизги сызыктарынын же жактарынын узундугуна барабар болгон кесиндини түзүүгө арналган.

1-таблица

Бурчтары боюнча / **Жактары боюнча**	**Кең бурчтуу**	**Тик бурчтуу**	**Тар бурчтуу**
Ар түрдүү жактуу			
Тең капталдуу			
Тең жактуу	Болбойт	Болбойт	

9-маселе далилдөөгө берилген, анын чыгарылышы төмөндөгүчө:
$a < b + c$ (3-маселе боюнча) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} < \frac{b+c}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{a}{2} < \frac{b+c}{2} + \frac{a}{2} \Rightarrow a < \frac{b+c+a}{2} .$$

Мындан ары ар бир параграфта жогоруда көрсөтүлгөн (*A, B, C*) пункттардын аталыштарын жазып отурбастан, кыскартуу максатында, аларды *A, B, C* деп гана көрсөтө тургандыктан дагы бир жолу эскертебиз.

§ 10. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы *(2 саат)*

А. Көрсөтүлгөн теманы окуп үйрөнүүгө 2 саат бөлүштүрүү максатка ылайыктуу. Анткени 15-теоремада үч бурчтуктардын негизги касиети далилденет да, бир катар аныктамалар сунуш кылынып, 5-натыйжаны берүү каралган.

1-сабакта 15-теореманы жана 1-натыйжаны далилдөөлөрү менен берүүнү сунуш кылабыз. Көнүгүүлөрдүн системасынан класста 1-, 3-, 10-, 11-, 17-маселелерди чыгартып, үйгө 2-, 13-маселелерди берген жакшы. 2-сабакта 2-, 3-, 4- жана 5-натыйжалар негиздөө менен берилип, көнүгүүлөрдүн калгандары иштелет да үйгө 7-, 9-, 12-мисалдар берилет. Ал эми кайталоого берилген суроолордон болсо,

1-сабакта 78-беттеги 4-суроого, 2-сабакта 5-суроого жооп табууну сунуш кылса болот.

В. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка барабар экендигин далилдөөнүн ар түрдүү варианттары бар. Маселен, А.В.Погорелов (1987) үч бурчтуктардын барабардыгынын белгисине таянуу менен далилдөөнү сунуш кылса, азыркы стабилдүү окуу китебинде ал параллелдүүлүктүн белгиси аркылуу негизделет (үч бурчтуктардын барабардык белгилери кийинчерээк өтүлөт).

Окуучулардын таанып-билүү активдүүлүгүн жогорулатып, кызыгуусун арттыруу максатында 15-теореманын формулировкасын лабораториялык ишти аткартуу менен алардын өздөрү айта алгандай абалга жетишүүгө мүмкүн. Ал үчүн доскага жана окуучулардын дептерлерине каалагандай үч бурчтукту сыздырабыз да, алардын ички бурчтарын транспортирдин жардамы менен ченетип, суммасын таптырабыз. Натыйжада окуучулар: «үч бурчтуктагы ички бурчтардын суммасы 180° ка барабар болот го» -деген ойго (гипотезага) келишет.

Окуучунун билиминин аң-сезимдүү жана бекем болуусун камсыз кылуу максатында бул теореманын далилдөөсүн негизги эки мамычадан турган төмөнкүдөй таблица түрүндө берүүнү жана кайталоо этабында тиешелүү плакатты пайдаланууну сунуш кылабыз (окуу китебиндеги 77-сүрөт).

2-таблица

№	Сүйлөм	Негиздөөсү
1.	$\angle 1$, $\angle 2$ жана $\angle 3$ – ABCнын ички бурчтары	белгилөө боюнча
2.	$Cl \parallel AB$	5-аксиома жана түзүү боюнча
3.	$\angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ – жайылган бурч	жайылган бурчтун аныктамасы
4.	$\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^o$	жайылган бурчтун касиети
5.	$\angle 2 = \angle 5$, $\angle 1 = \angle 4$	2-кадам жана түз сызыктардын параллелдик белгиси
6.	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^o$	4-кадам жана барабардыктын касиети

2-5-натыйжаларды 14-сыяктуу маселеге таянуу менен окуучулардын өздөрү негиздегенге жетишүү максатка ылайыктуу.

С. 1-, 2-, 4-, 11-, 15-сыяктуу маселелер ачык түрдө дидактикалык функцияны ишке ашырууну көздөгөн, эсептөөгө берилген машыгуучу мүнөздө болушуп, окуучулар үчүн анча кыйынчылыкты пайда кылбайт.

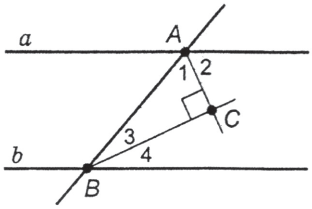
Татаалыраак, келечектүү максатты көздөгөн жана далилдөөгө берилген маселелер да бар. Мисал катарында 8- жана 17-маселелердин чыгарылыштарын карайлы.

8-маселеде, $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$, CD – бийиктик, CE – биссектриса экендиги белгилүү. Мында $\angle DCE$ ни табуу талап кылынат. Чыгарууну, тиешелүү чиймени сызуудан баштоо керек. 15-теорема жана маселенин шарты боюнча $\angle C = 90°$, б.а. ΔABC тик бурчтуу экени келип чыгат. Демек, $\angle ACE = \angle BCE = 45°$ (CE – биссектриса). Мына ошентип, $\angle DCE = \angle ACE - \angle ACD = 45° - 30° = 15°$

(Мында $\angle A = 60°$ жана $CD \perp AB$ дегенден келип чыгат).

Жообу: 15°.

17-маселеге да класстын даярдыгын эске алып, чиймени сызуу максатка ылайыктуу болоор. Шарт боюнча $a \| b$ жана AC, BC–шоолалары тиешелүү түрдө ички бир жактуу бурчтардын биссектрисалары (6-сүрөт).



6-сүрөт

Демек, аныктама боюнча $\angle 1 = \angle 2$ жана $\angle 3 = \angle 4$ болот да биссектрисалар C чекитинде кесилишет. Ал эми, ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° экени белгилүү, демек $\angle 1 + \angle 3 = 90°$ болот.

Анда $\angle C = 90°$ болоору келип чыгат. Ошентип, сүйлөм далилденди.

§ 11. Үч бурчтуктардын барабардыгы. Үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери *(2 саат)*

А. Бул теманы окуп үйрөнүүгө 2 саат сарптоо сунуш кылынат. 1-сабакта үч бурчтуктардын барабардыгынын аныктамасын жана 16-теореманы далилдеп берүү максатка ылайыктуу. Ошондой эле

класста 1-, 2-, 3(а)- (4(б))-, 7- жана 11-маселелерди иштеп үй иши катары 3(б) (4(а)) ны берүүгө болот. 2-сабакта 17-теореманын далилдөөсү өздөштүрүлүп, 1(б)- (5-, 6-, 8- жана 12-маселелерди класста, 9-, 10-маселелерди болсо үйдөн иштөөгө берүү керек. Кошумча түрдө, 6-суроого жооп жазууну тапшырма катарында берүүгө болот. Класста иштелүүчү маселелердин айрымдарын (3(а), 4(а) ж.б.) өз алдынча иштөөгө окуучулардын даярдыгынын деңгээлин эске алуу менен берсе болот.

В. Үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери кийинки темаларда өтүлүүчү теоремаларды далилдөөнүн негизги каражаты боло ала тургандыктан, аларды өздөштүрүүнүн жогорку сапатта болушун камсыз кылуу зарыл. Ал үчүн окуучуларды активдештирүү жана алардын өз алдынчалуулугуна таянуу талап кылынат. Темада фигуралардын барабардыгынын жалпы аныктамасынан үч бурчтуктардын барабардыгы түшүнүгүнө өтүү ишке ашырылат. Мында окуучулардан төмөнкүдөй зарыл жана жетиштүү шартты түшүнүп кабыл алуусу талап кылынат.

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \left[\begin{array}{lcl} AB = A'B' & & \angle A = \angle A' \\ AC = A'C' & \text{жана} & \angle B = \angle B' \\ BC = B'C' & & \angle C = \angle C' \end{array}\right]$$

Андан ары аңгеме методун колдонуу менен мугалим бул аныктамада көрсөтүлгөн алты барабардыктын аткарыла турганын текшерип отуруу дайыма эле ыңгайлуу боло бербесин белгилейт (текшерилүүчү барабардыктар өтө көп). Мына ошентип, текшерилүүчү барабардыктардын санын азайтуу менен эле үч бурчтуктардын барабардыгын далилдөөгө мүмкүн болбосун деген сыяктуу суроо пайда болот да, ага биз окуп-үйрөнө турган белгилер оң жооп берүүгө мүмкүндүк түзөөрүн айтып берет. Алдын ала символикалык кыска белгилөөлөр аркылуу үч белгини чогуу жазып койсо да жакшы.

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1.\ \angle A = \angle A',\ AB = A'B' \\ AC = A'C',\ \text{же}\ (-, <, -) \\ 2.\ \angle A = \angle A',\ \angle B = \angle B',\ AB = A'B'\ \text{же}\ (<, -, <) \\ 3.\ AB = A'B',\ AC = A'C',\ BC = B'C'\ \text{же}\ (-, -, -) \end{array}\right]$$

16-теореманын далилдөөсүндө окуу китебинде $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ берилди; -деп ката басылып калган. Аны ΔABC жана $\Delta A'B'C'$ берилди; −деп оңдоп берүү зарыл. Алдын ала, кесиндилерди жана бурчтарды ченеп коюунун аксиомалары (4.3) актуалдаштырууну уюштуруу талап кылынат. Анткени 16-теореманы далилдөө ушул аксиомаларга түздөн-түз таянуу менен жүргүзүлөт. Мында аныктамага келтирүү ыкмаларын окуучулардын кылдат аткарышына мугалим көзөмөл болушу керек. Кайталоодо окуучулардын бул теореманы өздөштүрүүсү бекем болуусуна жетишүү үчүн, анын далилдөөсүнүн планын түздүрүү да максатка ылайыктуу.

1. B' чекити B чекити менен, C' чекити C чекити менен дал келээрин далилдөө.

2. $BC = B'C'$ болоорун көрсөтүү.

3. $\angle B = \angle B'$ жана $\angle C = \angle C'$ экендигин далилдөө.

4. Үч бурчтуктардын барабардыгынын аныктамасына таянуу менен $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ экендиги жөнүндө тыянак жасоо.

17-теорема карама-каршысынан далилдөө методу менен негизделет. Далилдөөнүн логикалык негизин төмөнкү формула түзөт:

$$X \Rightarrow Y \equiv X \,\&\, Y \Rightarrow Z \,\&\, Z. \qquad (1)$$

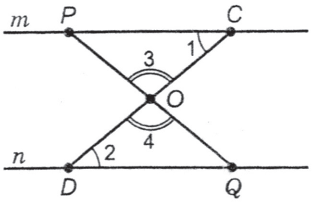
Мында X, Y, Z – айтылыштар, X тен Y келип чыгаарын далилдөө үчүн, X менен Y тин төгүндөөсүнүн коньюнкциясынан Z менен анын төгүндөөсүнүн коньюнкциясы келип чыгаарын көрсөтүү жетиштүү. (1) формуланын логикалык закон экенин далилдейли.

$$X \Rightarrow Y \equiv \bar{X}\, v Y \equiv \overline{X\&\bar{Y}} = \overline{X\&\bar{Y}}v \,(«K») = \overline{X\&\bar{Y}}\; v \;|Z\&\bar{Z}| \equiv X\&\bar{Y} \Rightarrow Z\&\bar{Z}.$$

Теңдеш өзгөртүп түзүү, Де Моргандын законуна жана $Z\&\bar{Z}$ коньюнкциясы теңдеш жалган формула экендигине негизделүү менен аткарылгандыгын белгилейли. Албетте, мугалим окутуунун бул этабында окуучуларга (1) логикалык закон жөнүндө эч нерсе айтпайт, бирок текстти логикалык-дидактикалык анализ жүргүзүүдө өзү ачык түрдө пайдаланып, талдоону ишке ашырышы зарыл. Бул закон жөнүндө окуучуларга жогорку класстарда, алардын математикалык жана логикалык даярдыктары бир топ дурус деңгээлге көрсөтүлгөндө, айтып берүү максатка ылайыктуу экени түшүнүктүү.

17-теореманын далилдөөсүндө $AC \neq A'C'$ деген божомолдоо 1_2 аксиомага карама-каршы сүйлөмгө алып келет. Окуучулардан, «Кандай карама-каршылык келип чыкты?», «Кандай божомолдоо туура эмес корутунду жасоого себепкер болду?», «Карама-каршылыктын келип чыгышы кандай барабардыктын орун алаарын далилдейт?» ж.б.у.с. суроолорго жооп табууну талап кылуу, теореманын далилдөөсүн аң-сезимдүү кабыл алууну камсыз кылаары шексиз. Мында теоремалардын ортосундагы байланыштарды ачык көрсөтүү максатында, экинчи белгини далилдөө үчүн 16-теоремага ылайык, $AC = A'C'$ барабардыгы орун алаарын көрсөтүү жетиштүү экендигине окуучулардын көңүлүн буруу зарыл. Ушуну менен мугалим, ар бир теореманын далилдөөсүндө башкы идея бар экендигин жана аны өзгөчөлөп бөлүп алуу керектигин, окуучуларга үйрөтө баштаган болот.

С. Көнүгүүлөрдөгү 1-маселе практикалык мүнөздө башталып, анан экинчи б) бөлүмүндө теориялык негиздөө менен аяктайт. Чиймени сыздырып, окуучулардын тик бурчтук жөнүндөгү билимдерине (маселен, бардык бурчтары тик болот ж.б.) таянуу зарыл. 2-маселе да далилдөөгө берилген. Үч бурчтуктардын барабардыгынын аныктамасынан тиешелүү 3-барабардыкты бөлүп алууну уюштуруу жетиштүү, 5-маселе 2ге окшош эле иштелет. 3- жана 4-маселелерди чыгаруу 16-теоремага түздөн-түз таянуу менен ишке ашырылат. Ал эми 6-маселе 2-белги боюнча далилдениши мүмкүн. 7- жана 8-маселелер кошумча түрдө параллелдик аксиомага жана анын белгилерине таянат.



7-сүрөт

Мисал катарында 6-маселенин чыгарылышын карайлы. Чыгарууну чийме сызуудан баштоо керек. Шарт боюнча $m||n$, $C \in m$, $D \in n$ жана $OC = OD$. P жана Q эрктүү тандалып алынган чекиттер (аныктык үчүн $P \in m$, $Q \in n$ болсун). $PO = OQ$ экенин далилдөө талап кылынат (7-сүрөт).

Эми POC жана QOD үч бурчтуктарын изилдөөнү (барабар элементтерин табууну) сунуш кылабыз. Окуучулар $m||n$ жана CD кесүүчү түз сызык деген шарттан $\angle 1 = \angle 2$ деп, ал эми вртикалдык бурчтар болгондуктан $\angle 3 = \angle 4$ деп корутунду чыгарышат. Демек,

2-белги боюнча $\Delta POC = \Delta QOD$. Анда $PO = OQ$. Бул маселенин конкреттүү учуру 10-маселе. 11- жана 12-маселелерде үч бурчтуктардын барабардыгынын жаңы белгисин далилдөө сунуш кылынат. Ошентип, параграфтагы көнүгүүлөр системасынын өзгөчөлүгү мазмунду эске алуу менен негизинен далилдөөгө гана маселелер берилгендигинде. Демек, окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү багытында иш жүргүзүүгө мүмкүн.

§ 12. Тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери
(3 саат)

А. Темада 4 теорема, 2 натыйжа жана 25 маселе сунуш кылынгандыктан аны окутууга үч саат ыйгаруу керек. 1-сабакта 18-, 19-теоремаларды жана натыйжаны далилдөөсү менен берип, класста 1-, 9-, 11-, 12-, 17-, 24-үйгө 2- жана 13-маселелерди берүү керек. 2-сабакта 20-теорема, натыйжа менен кошо берилип, маселелерден класста 4-, 15-, 16-, 17-, 18-үйдө 3-, 14-, 23-маселелерди иштетүү максатка ылайыктуу. Ал эми 3-сабакта болсо, 21-теореманы далилдөөсү менен берип класста 5-, 7-, 9-, 20-, 22-, үйдө 6-, 21-, 25-номердеги маселелерди чыгарууга болот. Главанын аягында 6- жана 7-суроолорго (78-бет) жооп издөө тапшырма катары берилет.

В. Теманын дидактикалык негизги максаты – тең капталдуу үч бурчтуктун негизинин бурчтары жана негизине жүргүзүлгөн биссектрисасы жөнүндөгү касиеттерди, үч бурчтуктардын барабардыгынын үчүнчү белгисин жана алардан келип чыгуучу натыйжаларды окуучулар өздөштүрүүсүн камсыз кылуу болуп эсептелет. Буга чейин колдонуп келген окуу китептеринен айырмаланып, жаңы китепте тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери бир темага топтолуп, жыйынтыктуу болуп белгилүү бир логикалык удаалаштыкта берилген.

Лабораториялык ишти аткаруу менен, 18-теореманын формулировкасын, окуучулар өз алдынча айта алгандай абалга жетишүү максатка ылайыктуу. Бул теореманын далилдөөсүнүн башкы идеясы, бизди кызыктырган $\angle 3$ жана $\angle 4$ кандайдыр бир барабар эки үч бурчтуктун тиешелүү бурчтары болоорун далилдөөдө турат (окуу китебиндеги 80-сүрөт). Ушуну окуучулар түшүнгөнү жакшы. 18-теоремага тескери болгон 20-теореманын формулировкасын да, ырааттуу жүргүзүлүп келген даярдоо иштерине таянып, $X \Rightarrow Y$ түз

теорема $Y \Rightarrow X$ тескери теорема деген логикалык схема боюнча окуучулардын өздөрү айта алгандай абалга жетишүү абзел. 20-теореманы далилдөөдө өркүндөтүлгөн анализди колдонуу үлгүсүн берүү пайдалуу (окуу китебинде теорема, албетте, синтез методу менен далилденип берилген). Ошентип, $AC = BC$ (1) экенин далилдөө керек. (1) барабардык орун алаарын көрсөтүү үчүн, ошол кесиндилер жактары болгон ACD жана BCD үч бурчтуктарынын барабар, б.а.

$$\Delta ACD = \Delta BCD \qquad (2)$$

экенин далилдөө жетиштүү. Ал эми (2) сүйлөмдүн туура экендигин болсо, үч бурчтуктардын барабардыгынын, маселен, 2-белгиси боюнча далилдөөгө мүмкүн. Түзүү боюнча CD – биссектрисасы катарында, бул үч бурчтуктар үчүн жалпы жак, анда ага жанаша жаткан бурчтардын барабар экендигин далилдөө жетиштүү. Ал эми шарт боюнча $\angle 3 = \angle 4$, түзүү боюнча $\angle 1 = \angle 2$, демек, 10.5 – натыйжа боюнча $\angle ACD = \angle BCD$ болот. Ошентип, теорема далилденди.

Теманын негизги теориялык материалы, 21-теорема болуп эсептелет. Бул теоремада үч жагы боюнча үч бурчтуктардын барабардык белгиси берилген. Далилдөөсү бир топ узун жана окуучулар үчүн белгилүү деңгээлде татаал болуп, кыйынчылыктарды да пайда кылышы мүмкүн. Далилдөөнүн башкы идеясын берүү, аны сүйлөмдөрдүн белгилүү бир логикалык удаалаштыгы түрүндө жазуу, кошумча түзүүлөр ыкмаларын колдонуу сунуш кылынат. 81-сүрөттү бир аз тактап алуу керек ($A'C_1 = A'C'$ болушун камсыз кылуу зарыл). Далилдөөнүн экинчи абзацында да түзөтүү киргизүү керек (тамгалардагы штрихтер басылбай калган). Далилдөөнүн планында маселен, төмөнкүдөй кадамдар болушу мүмкүн.

1. $A'B'$ түз сызыгына карата C' чекити жатпаган жарым тегиздикте $\Delta ABC = \Delta A'B'C_1$ боло тургандай кылып, $A'B'C_1$ үч бурчтугун түзүү.

2. $CC' \cap A'B' = \varnothing$ шартына таянуу менен $CC_1 \cap A'B' = D$ шартын канааттандыруучу D чекитинин жайланыш үч абалын кароо.

2.1. D чекити $A'B'$ кесиндисинде жатат.

2.2. D чекити $A'B'$ кесиндисинин уландысында жатат.

2.3. D чекити B' чекити менен дал келет.

3. Ар бир көрсөтүлгөн учур үчүн $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ экендигин далилдеп көрсөтүү.

С. 1-6-маселелер тең капталдуу, тең жактуу үч бурчтуктардын жана периметр түшүнүктөрүнүн аныктамаларына таянуу менен чыгарылып эсептөөгө берилген тренировкалык мүнөздөгү маселелер болуп, окуучулар үчүн кыйынчылыкты пайда кылбайт. Калган маселелер 18-, 19-, 20- жана 21-теоремаларга же тиешелүү натыйжаларга таянуу менен чиймесин түзүү (14-, 17-, 21- ж.б.) же чиймесиз эле (12-, 13-, 20- ж.б.) аткарылат. Алар негизинен далилдөөгө жана эсептөөгө берилген маселелер. Мисал катарында, 15- жана 25-маселелердин чыгарылышына токтололу.

15-маселеде тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтары белгилүү (50°). Анын бир каптал жагы менен экинчи каптал жагына түшүрүлгөн бийиктигинин арасындагы бурчту табуу талап кылынат.

Чыгарууну маселенин чиймесин түзүүдөн баштоо максатка ылайыктуу. Чиймеден көрүнүп тургандай *CAD* бурчун табуу керек, мында $AD \perp CB$ (түзүү боюнча) (8-сүрөт).

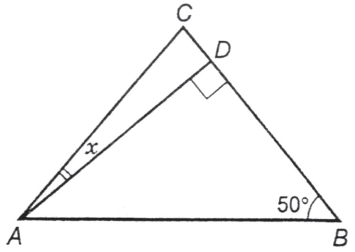
1. $\angle CAD = x$ деп белгилеп алалы.
2. $\angle B = \angle A = 50°$ жана $\angle A + \angle B + \angle C = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow\ 2 \cdot 50 + \angle C = 180°$.
3. Анда $\angle C = 80°$.
4. $\angle C + x = 90°$) ($\angle CDA = 90°$). Демек, $x = 90° - 80°$,
б.а. $\angle CAD = 10°$.

Жообу: 10°.

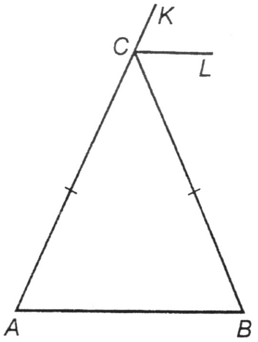
25-маселени чыгаруу үчүн да, чиймеге таянуу көрсөтмөлүү болуп, талкуулоону жеңилдетет (9-сүрөт).

Берилди: $\Delta ACB : AC = CB$, $\angle KCB$ – тышкы бурч, *CL* – биссектриса.

Далилдөө керек: $CL || AB$ ны.



8-сүрөт



9-сүрөт

Акыркы барабардыктан, $CE_1 = CE_2$, $\angle E_1CD = \angle E_2CD$ экени жана CD жалпы жак болгондуктан, $\Delta E_1CD = \Delta E_2CD$ экендиги келип чыгат. Ошентип, маселе чыгарылды.

§ 14. Айланага ичтен сызылган бурчтар *(3 саат)*

А. Теманы окуп үйрөнүүгө 3 сабак бөлүү туура. Себеби түшүндүрүүчү, мотивдештирүүчү материалдар менен бирге үч теореманы жана эки натыйжаны окуучулардын өздөштүрүшүнө жетишүү, ичтен сызылган бурч түшүнүгүн калыптандыруу жана акырында, 22 маселеден турган көнүгүүлөр системасын чыгаруу ишке ашырылат. Демек, көлөмү боюнча тема бир топ окуу материалын камтыйт.

Параграфтын мазмунун сааттарга төмөндөгүчө бөлүштүрүү сунуш кылынат.

1-сабакта ичтен сызылган бурч түшүнүгүн калыптандыруу жана 27-теореманын далилдөөсүн окуучулардын өздөштүрүүсүнө жетишүү менен 1-, 3-, 6-, 9-маселелерди класста иштетип үй иши катарында 4-, 7-, 2-көнүгүүлөрдү берүү максатка ылайыктуу. Окуу китебинин 78-бетиндеги кайталоого арналган суроолордун 11-не жооп табууну тапшырма катарында берсе болот.

2-сабакта 1- жана 2-натыйжалардын өздөштүрүлүшүн камсыз кылып, 2-, 8-, 10-, 5-, 7-маселелерди класста иштетип, үйдөн теориялык материал менен бирге эле 11-маселени чыгарууну берүү керек. 78-беттен 12-суроого жооп табууну берсе болот.

3-сабакта 28-, 29-теоремаларды жана 12-, 13-, 14-, 15-, 17-, I9-, 20-, 22-маселелерди берип, үй иши катарында 16-, 18-, 21-көнүгүүлөрдү жана теориялык материалдарды кайталоону сунуш этүү зарыл. Мында, кошумча түрдө акыркы теореманын биринин далилдөөсүн берүү максатка ылайыктуу. Анткени ал окутуунун теориялык деңгээлин жогорулатууга өбөлгө түзөт.

В. Окуучулардын мурдагы класстардагы пропедевтикалык курстардан алган айлана жана анын элементтери жөнүндөгү билимдерине таянып, аларды зарылдыгына жараша актуалдаштырууну ишке ашыруу максатка ылайыктуу. 1-главада борбордук бурч жана аны өлчөө жөнүндө маалымат берген. Ушул билимдерге таянуу менен адегенде ичтен сызылган бурчту түзүүнүн жолу көрсөтүлүп, анын так

Далилдөө.

1. $CL||AB$ ны далилдөө үчүн $\angle B = \angle BCL$ ди (CB кесүүчү түз сызык) көрсөтүү жетиштүү.

2. $\angle KCB = 2 \cdot \angle B$ (тышкы бурчтун касиети боюнча

3. $\frac{\angle KCB}{2} = \frac{2 \cdot \angle B}{2} \Rightarrow \angle LCB = \angle B$ (барабардыктын касиети боюнча).

4. Демек, $CL||AB$ (3-кадамдан, параллелдик белги боюнча).

§ 13. Тик бурчтуу үч бурчтуктар *(3 саат)*

А. Темада анча татаал болбогон 5 теорема жана 3 натыйжа берилет да көнүгүүлөр системасында 26 маселе сунуш кылынат. Негизги дидактикалык максат–үч бурчтуктардын маанилүү классы болгон тик бурчтуу үч бурчтук жөнүндөгү окуучулардын билимдерин системалаштыруу, жалпылоо жана кеңейтүү болуп эсептелет.

1-сабакта 22- жана 23-теоремаларды берип, класста, айрыкча, 14-, 16- үйдө 15- ж.б. маселелерди иштетүү сунуш кылынат.

2-сабакта 24- жана 25- теоремаларды берип, айрыкча 19-жана 20-көнүгүүлөрдү класста, ал эми (9(а)) маселелерди үйдөн иштетүү максатка ылайыктуу.

3-сабакта болсо, 26-теореманы натыйжасы менен далилдеп берсе болот. Калган маселелерди класста жана үй тапшырма катары иштетүү керек.

В. 1-сабакты 1-, 2-, 3-маселелерди оозеки иштетүүдөн жана алдын ала тик бурчтуу үч бурчтуктун аныктамасын эске салуудан баштоого болот. Андан ары окуу китебиндеги суроо коюлуп (67-бет) 22-теоремадагы үч белгини өз-өзүнчө бөлүп көрсөтүү менен берилиши максатка ылайыктуу.

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1.\ AC = A_1C_1,\ BC = B_1C_1 \\ 2.\ AC = A_1C_1\ (\text{же}\ BC = B_1C_1) \\ \angle A = \angle A_1,\ (\text{же}\ \angle B + \angle B_1) \\ 3.\ AB + A_1B_1,\ A + A_1 \\ (\text{же}\ \angle B + \angle B_1) \end{array}\right]$$

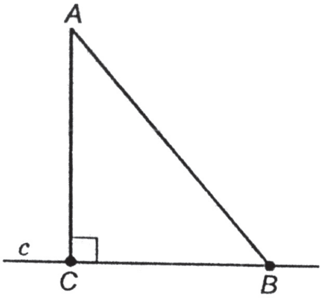
$$(\angle C = \angle C_1 = 90^\circ)$$

Бул теореманын далилдөөсү жөнөкөй болгондуктан, окуучулар өз алдынча аткарышканы дурус.

23-теореманын далилдөөсү бир топ узун, анын түшүнүктүү

болуусун камсыз кылуу үчүн, башкы идеяны айтып коюу максатка ылайыктуу.

$\Delta ACB = \Delta A'C'B'$ ны (мында $\angle C = \angle C' = 90°$) далилдөө үчүн $\angle A = \angle A'$ ты көрсөтүп, 22.3-учурга таянуу жетиштүү. Ал үчүн ошол эки бурч кандайдыр бир үчүнчү бурчка барабар экендигин көрсөтүү жетиштүү.



10-сүрөт

24-теоремага окшоштуруп 23-теореманы окуучуларга өз алдынча далилдетүү максатка ылайыктуу (25-теореманы окуу китебинде да өз алдынча далилдөө сунуш кылынган). Ошондой эле бул эки теореманын натыйжаларын да өз алдынча далилдөө каралган. Мисал катарында 2-натыйжанын далилдөөсүнө токтололу. Ишти тиешелүү чиймени сыздыруудан баштаган жакшы (10-сүрөт).

$A \notin c$, $AC \perp c$, $AB \not\perp c$. Анда $AB > AC$ экенин далилдөө керек. Окуучулар аныктамага келтирүү амалдарын аткарышып, ABC тик бурчтуу үч бурчтук деп корутунду чыгарышат да, 1-натыйжа боюнча ар кандай катет гипотенузадан кичине болгондуктан, AC катет катарында AB дан кичине экенин белгилешет.

26-теорема жана андан келип чыгуучу натыйжа үч бурчтуктун жактарынын арасындагы катышты туюнтуп, таанып-билүүчүлүк жана практикалык багытта чоң мааниге ээ. Далилдөөнүн төмөнкүдөй планын берүү окуучулардын жаңы материалды кабыл алуусун активдештирип, аны аң-сезимдүү өздөштүрүүгө жардам берет деген ойдобуз.

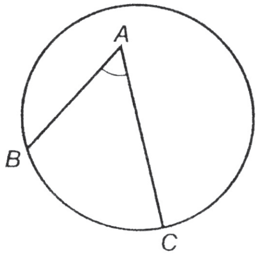
Идея: $AB < AC + CB$ экенин далилдөө үчүн AC жана CB кесиндилеринин суммасына барабар кесинди AB дан кыска (кичине) экенин далилдөө жетиштүү.

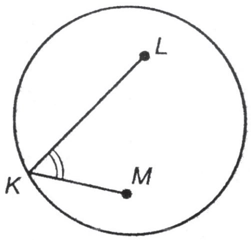
Далилдөө планы.

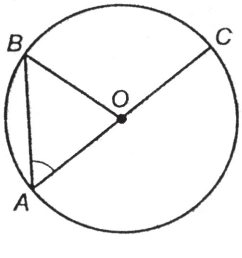
1. AC шооласынын уландысына (окуу китебиндеги 85-сүрөт).

C чекитинен баштап $CD = CB$ кесиндисин ченеп коюу.

2. Кесиндилер менен жүргүзүлүүчү амалдарга (3.3) ылайык AD кесиндисинин узундугун туюнтуу.







13-, 14-, 15-сүрөт

математикалык аныктамасы берилет. Контрмисал методун колдонуп, 13-, 14-сүрөттөгү *A* жана *K* бурчтары ичтен сызылган бурч болбой турганын негиздөөнү окуучуларга сунуш кылууга болот. 27-теорема толук индукция методу менен далилденет.

Класстын окуучуларынын жалпы математикалык даярдыгынын деңгээлин эске алуу менен, ар бир учурду өз-өзүнчө чиймеде көрсөтүү максатка ылайыктуу. Бул теореманын далилдөөсүнүн биринчи учурун, (ал анча татаал эмес) төмөнкүдөй көнүгүүлөрдүн системасы аркылуу, окуучулардын өздөрү далилдегендей абалга жетишүүгө болот (15-сүрөт).

1. *O* жана *B* чекитин туташтыргыла.

2. ΔABO ну изилдегиле (кандай түрдөгү үч бурчтук? - деп жардам берүүчү суроо формасында да тапшырма берсе болот). ($AO = OB = r$).

3. ΔABO догу *A* жана *B* бурчтары жөнүндө эмнени айтууга болот? ($\angle A = \angle B$).

4. *BOC* бурчу ΔABO үчүн кандай бурч? (Аныктама боюнча тышкы бурч.)

5. $\angle BOC$ менен *A* жана *B* бурчтарынын байланышын жазгыла ($\angle BOC = 2 \cdot \angle BAO$).

6. $\angle BOC$ борбордук бурч экенин жана 5-суроону эске алып, ичтен сызылган *BAC* бурчунун чоңдугун тапкыла (окуучулар $\angle BAC = ½\ BC$ деп жазышат).

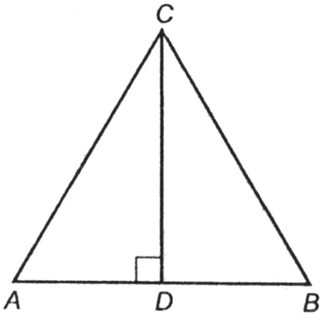
Калган учурларды да ушуга окшош эле далилдетүүгө мүмкүн. Аягында, ичтен сызылган бурчтун жактары менен айлананын борборунун өз ара жайланышынын, логикалык жактан мүмкүн болгон, үч учуру гана бар экенин айрыкча белгилеп, далилдөө толук болушу үчүн алардын ар бири өз-өзүнчө каралышы зарыл экендигине көңүл бурабыз. Анткени, ушундай иштер аркылуу окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өстүрүү улантылат.

3. ΔDCB тең капталдуу экендигин, анын аныктамасына таянып далилдөө.

4. BC шооласы $\angle ABD$ нын ичинде жатаарын негиздеп көрсөтүү менен $\angle 1 < \angle ABD,$ демек ($\angle 2 < ABD$) экендиги жөнүндө корутунду жасоо.

5. 25-теоремага негизделүү менен $AB<AD$, демек $AB < AC + CB$ деп корутунду жасоо.

С. Темадагы 22-теоремага түздөн-түз тиешеси бар 14-маселе болуп эсептелет. 14(а) пунктунда үч бурчтуктун медианасы бийиктик болсо, анда ал тең капталдуу болоорун далилдөөнү тиешелүү чиймени сызуудан баштаган жакшы, анткени бул окуучуларга түшүнүктүү болот.



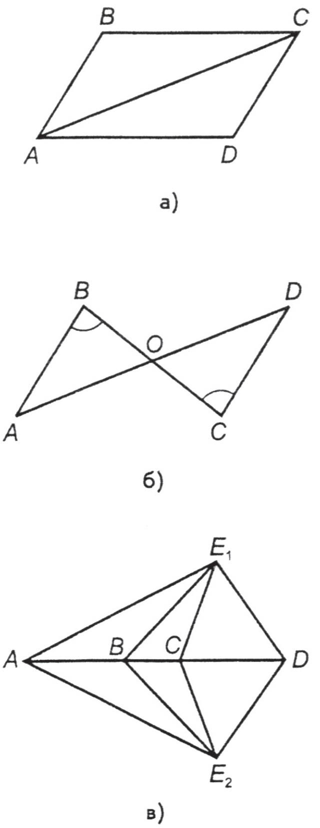
11-сүрөт

ΔABC да CD медиана жана бийиктик деген шарттан $AD = DB,\ CD \perp AB$ корутундуларды окуучулар өздөрү айтууга тийиш, себеби бул негизги сызыктардын маңыздуу касиеттери аларга маалым (11-сүрөт). Андан ары $\Delta ADC = \Delta BDC$ экенин азыр эле өтүлгөн теоремага таянып далилдөөнү сунуш кылабыз. Бул үч бурчтук үчүн CD жагы жалпы жак экендигин окуучулар байкашат. Ал эми шарт боюнча $AD = DB$ жана $\angle ADC = \angle BDC = 90^{o}$.

Ошентип, ADC жана BDC тик бурчтуу үч бурчтуктарында алардын тиешелүү катеттери барабар, анда $\Delta ADC = \Delta BDC$ (22(а) боюнча). Анда үч бурчтуктардын барабардыгынан, алардын тиешелүү (б.а. AC жана BC) жактарынын барабардыгы келип чыгат. Ал эми бул факт, аныктама боюнча ABC үч бурчтугунун тең капталдуу экенин далилдейт. 14(б) болсо, 22-теореманын 2-учуруна таянуу менен далилденет.

Жалпысынан алганда параграфтын көнүгүүлөр системасында оозеки иштөөгө (1-, 2- ж.б.), кайталоого (5-, 7- ж.б.) далилдөөгө, алардын арасында жаңы теоремаларды түздөн-түз колдонуу менен иштөөгө (10-, 15-, 16-, 14- ж.б.) маселелер бар. Мугалим аларды функциясына жана түрлөрүнө жараша сабактарга бөлүштүрө алат деген ойдобуз.

23-маселенин жообу окуу китебинде 8,2дм деп так эмес берилген. Чындыгында 8,2 м.



12(а), (б), (в)-сүрөт

Жалпы алганда үч бурчтуктардын барабардык белгилерине карата берилген көнүгүүлөрдү үч типке ажыратууга мүмкүн экендигин мугалим эске алганы дурус. Биринчи типтеги маселелердин шарты тигил же бул белгини түздөн-түз колдонууга мүмкүнчүлүк берет. Экинчи типтеги маселелерде болсо, тиешелүү белгини колдонууну окуучулар өз алдынча изилдеп таап чыгышса, үчүнчү типтегилерде–бир катар белгилерди колдонуп, түгөй-түгөй бир канча үч бурчтуктардын барабардыгын далилдөө зарылдыгы пайда болот. Окуу китебине кошумча бир нече мисал келтирели (12(а), (б), (в)-сүрөт).

1-маселе. Сүрөт боюнча $\Delta ABC = \Delta CDA$ экенин далилдегиле (окуучулар 2-белги боюнча далилдешет).

2-маселе. Сүрөттө $BO = CO$, $\angle OCD = \angle OBA$ болгон үч бурчтуктар көрсөтүлгөн $DC = AB$ экенин далилдегиле.

3-маселе. A, B, C жана D чекиттери бир түз сызыкта жатышат. Эгерде $\Delta ABE_1 = \Delta ABE_2$ экени белгилүү болсо, анда CDE_1 жана CDE_2 үч бурчтуктарынын барабар экенин далилдегиле (бул үчүнчү типтеги маселе.)

Далилдөө. Окуучуларга далилдөөнүн жетиштүү шартын алдын ала берип коюу дурус. Эки үч бурчтуктун барабар экенин далилдөө үчүн, алардын тиешелүү үчтөн түгөй элементтеринин барабар экендигин далилдөө керек. Ал үчүн адегенде ошол зарыл элементтерди камтыган үч бурчтуктардын барабар экендигин далилдөө керек.

Шарт боюнча $\Delta ABE_1 = \Delta ABE_2$ болгондуктан, $BE_1 = BE_2$ жана $\angle ABE_1 = \angle ABE_2$ экенин көрөбүз. Анда $\angle E_1BC = \angle E_2BC$, (барабар бурчтарга жандаш бурчтар катарында). Демек, 1-белги боюнча $\Delta E_1BC = \Delta E_2BC$.

2-натыйжаны окуп-үйрөнгөндөн кийин, айрым математикалык даярдыгы жогору болгон окуучулар: «чокулары, жаанын учтары аркылуу өтүүчү түз сызыктын ар түрдүү жагында жатуучу, бир эле жаага тирелген, ичтен сызылган бурчтар кандай катышта болушат» деген суроону коюшу мүмкүн. Мугалим бул учурда, алардын бири α болсо, экинчиси $180° - \alpha$ болоорун белгилеп, ал кийинчерээк далилдене турганын айтышы зарыл.

С. Темада 22 маселе берилген, ошондуктан ар бир сабакта болжол менен 6-8 маселе чыгаруу сунуш кылынат. Анализдөө көрсөткөндөй көнүгүүлөрдүн арасында машыгуу мүнөздөгү, дидактикалык функцияны көздөгөн (№1-, 2-, 3-, 5-, 6- ж.б.) маселелер менен катар эле чыгармачылык менен иштөөнү окуучулардан талап кылган, өнүктүрүүчүлүк максатты көздөгөн (22-, 15-, 9-, 6- ж.б.) көнүгүүлөр да бар.

Үлгү катарында бир катар маселелердин чыгарылышын кыскача берели.

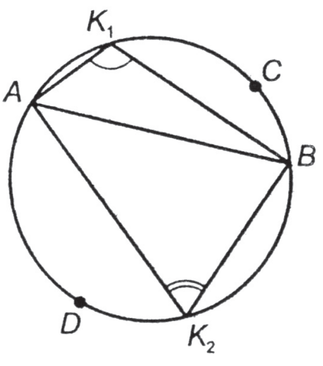
7-маселе (а). Шартка ылайык чийме боюнча, (16-сүрөт).

$$\frac{\overset{\smile}{ACB}}{\overset{\smile}{AOB}} = \frac{7}{11},$$

$\angle AK_1B$ ны же $\angle AK_2B$ ны табуу сунуш кылынат.

Чыгаруу:

1. (1) $\Rightarrow \overset{\smile}{ACB} = 7m, \overset{\smile}{ADB} = 11m$, (m саны жашайт).
2. $360° = 7\,m + 11\,m \Rightarrow 360° = 18\,m \Rightarrow m = 20°$
3. $\overset{\smile}{ACB} = 7 \cdot 20$ же $\overset{\smile}{ACB} = 140°$
4. $\overset{\smile}{ADB} + 11 \cdot 20$ же $\overset{\smile}{ADB} = 220°$.



16-сүрөт

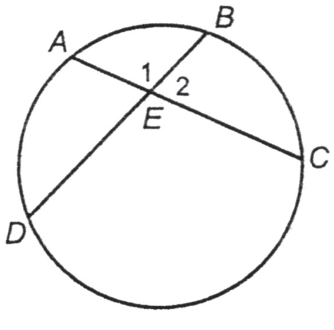
Анда $\angle A\overset{\smile}{K_2}B = \frac{140°}{2} = 70°$

(27-теорема боюнча) же жогорудагыга окшош эле

$$\angle AK_2B = \frac{220°}{2} = 110°.$$

Окуучулар бул маселени чыгарууда, AB хордасы айлананын чекитинен кандай бурч менен көрүнөт? - деген суроодо ичтен сызылган эки бурч (жактары айлананы A жана B чекиттеринде кесип өтөт) жөнүндө сөз болуп жаткандыгын түшүнүүдө

кыйынчылыкка кездешиши мүмкүн. Мугалим тапшырманы чечмелөө менен түшүндүрүүгө тийиш. Практика көрсөткөндөй айрым окуучулар үчүн катыш түшүнүгү аркылуу берилген маселелер кыйынчылыкты пайда кылат. Мында жалпы чен түшүнүгүнө таянып, $11m = \overset{\smile}{ADB}$, $7m = \overset{\smile}{ACB}$ барабардыктарын жазабыз.



17-сүрөт

13-маселе. Маселенин шартына талдоо жүргүзүшүп, окуучулар чиймени сызышат (17-сүрөт).

Окуучулар $\angle 1$ айлананын ичинде кесилишүүчү эки кесүүчүдөн түзүлгөн бурч экенин байкашып, 28-теорема боюнча,

$$\angle 1 = \frac{\overset{\smile}{AB} + \overset{\smile}{BC}}{2}$$ же

$\angle 1 = 110^{\circ}$ деп, андан ары

$\angle 2 = 180^{\circ} - 110^{\circ} = 70^{\circ}$ деп жообун табышат.

§ 15. Түз сызык менен айлананын жана эки айлананын өз ара жайланышы *(3 саат)*

А. Теманын окуу материалын өздөштүрүүгө 3 саат сарптоо максатка ылайыктуу. 1-сабакта 30-теореманы, 1- жана 2-натыйжаларды негиздөөлөрү менен берүү, 2-сабакта 32-теорема далилденип, анын натыйжалары менен тааныштыруу, ал эми 3-сабакта болсо, 33-теорема жана эки айлананын өз ара жайланышын толук түрдө кароо сунуш кылынат. Маселелер анча көп эмес (бардыгы 10), аларды мугалим окуу материалдарынын мүнөзүнө жараша тандап алат деген ойдобуз. Тиешелүү түрдө 78-беттен 13- жана 14-суроолорго жооп табуу тапшырылат.

В. Бул темада мурда колдонулуп келген окуу китептеринен айырмаланып, түз сызык менен айлананын өз ара жайланышы чогуу бир жерде толук түрдө берилип, натыйжада окуучулардын тиешелүү билимдери системалуу жана бекем болуусуна шарт түзүлгөн. Ушунун өзүн эки айлананын өз ара жайланышына тиешелүү болгон окуу материалдарынын окуу китебинде берилгендигине карата да айтууга болот.

Экинчи жактан, бул окуу материалдарын жайгаштыруу орду да өзгөргөн. Маселен, А.В.Погореловдун «Геометрия 7−11» окуу китебинде «Түз сызык менен айлананын кесилиши» деген тема 8-класста «Тегиздиктеги декарттык координаталар» деген параграфта сунуш кылынуучу. Ал эми бул окуу материалдарын 7-класска которуу жана толук түрдө талдап, карап чыгуу, түз сызык жана айлана сыяктуу планиметриянын маанилүү түшүнүктөрү жөнүндөгү окуучулардын билимдеринин бекем жана терең болушуна шарт түзөөрү шексиз.

Темада хорданын, жаныманын касиеттерин, айлана менен түз сызык жалпы (бир, эки) чекитке же кесилиши куру көптүк болгон, ошондой эле айланалар кесилишпеген жана жалпы бир же эки чекитке ээ болгон учурларды окуучулардын аң-сезимдүү өздөштүрүүсүнө жетишүү негизги дидактикалык максат болсо, ар түрдүү мазмундагы маселелерди чыгаруу процессинде өтүлгөн материалдарды пайдалануу ыкмаларын колдонуу жана тиешелүү машыгууларды калыптандырууда ишке ашырылат. 30-теореманын далилдөөсүн өздөштүрүүнү активдештирүү максатында эки түз сызыктын перпендикулярдуулугун негиздөө боюнча багыт берүүчү эрежелерди колдонууну сунуш кылабыз (багыт берүүчү эрежелерге окуучулардын акырындык менен ээ болуусуна жетишүүнү методика талап кылат).

Эки түз сызык перпендикулярдуу экенин далилдөө үчүн алар кесилишкенде пайда болгон жандаш бурчтардын өз ара барабар экендигин далилдөө жетиштүү экендиги жөнүндөгү идеяны окуучулардын өздөрү айта алышса, бул алардын математикалык билим деңгээлинин бир топ жогору экенинин күбөсү. Демек, кандайдыр бир эки үч бурчтуктун (бизди кызыктырган бурчтарды камтыган) барабар экендигин далилдөө талап кылынат. Ушул сыяктуу жалпы багыт берүүчү аңгемеден кийин окуучулар түз жана тескери (30 жана 31) теоремаларды, негизинен, өз алдынча далилдешет.

32-теореманын далилдөөсү, чекиттен түз сызыкка чейинки аралык түшүнүгүнө негизделген. Ал эми 1- жана 2-натыйжаларды кабыл алууну жана өздөштүрүүнү активдештирүү максатында практикалык тапшырмаларды аткаруу жана тиешелүү корутундуларга окуучуларды алып келүүнү сунуш кылабыз.

1. Циркулдун жардамы менен r = 3 см болгон айлана сызып, O борборун белгилегиле.

2. Борбордон 2 см аралыкта түз сызык жүргүзүп, ал айлананы канча чекитте кесип өтөөрүн айтып бергиле.

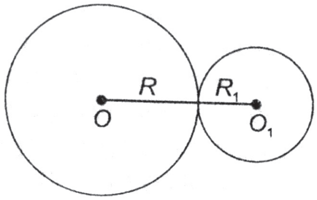
3. О борборунан 3 см аралыкта жүргүзүлгөн *a* түз сызыгы айлана менен канча жалпы чекитке ээ болоорун текшергиле.

4. Айлананын борборунан 4 см аралыкта жайланышкан *a* түз сызыгын сызгыла. Түз сызык айлананы кесип өтөбү?

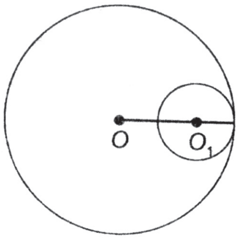
5. Ар бир 2-4-пункттарды жалпылап корутунду чыгаргыла жана аларды математикалык сүйлөм катарында түзгүлө.

Эки айлананын өз ара жайланышын өтүүдө ар бир учур үчүн тиешелүү түрдө экиден чиймесин берүү окутуунун көрсөтмөлүүлүгүн камсыз кылат.

Маселен, экинчи учурда $d = R + R_1$ болсо, чийме 18-сүрөт түрүндө, ал эми $d = R - R_1$ болсо, чийме 19-сүрөт түрүндө болот.



18-сүрөт



19-сүрөт

С. 1- жана 2-маселелерди оозеки иштесе болот. 3-далилдөө маселени 23-теоремага негизделүү менен чыгаруу керек. 4- жана 6-маселелер эки айлананын өз ара жайланышынын 3- жана 4-учурлары боюнча чыгарылат. 7- жана 8-маселелер квадраттын жана тик бурчтуктун окуучуларга пропедевтикалык курстан белгилүү болгон касиеттеринин негизинде (Мисалы: квадраттын бардык жактары барабар ж.б.) чыгарылат. 8-маселенин жообу 20 дм болуп (20 см болушу керек эле) окуу китебинде ката басылып калганын белгилейли. 9- жана 10-маселелер эсептөөгө берилген, алар эки айлананын өз ара жайланышы боюнча окуучулар өздөштүргөн билимдерине жана үч бурчтуктун периметри түшүнүгүнө негизделүү менен иштелет.

Мисал катарында 9-маселенин чыгарылышына токтололу. Анда $d = 1$ дм, $R = 0{,}8$ дм, $R' = 0{,}2$ дм болсо, ω (*O; R* жана

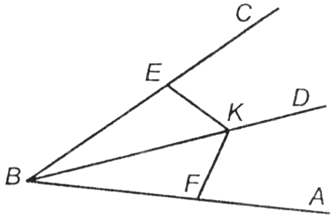
ω′ (O'; R') айланалары кандай жайланышарын табуу талап кылынат. $R + R' = 1{,}0$ дм жана шарт боюнча $d = 1$ дм болгондуктан, $R + R' = d$, б.а. айланалар жалпы чекитке ээ.

III Главага маселелер *(3 саат)*

1- жана 2-маселелер машыгуу мүнөзүндө болушуп, үч бурчтуктун жактарынын узундугунун ортосундагы байланышка негизделүү менен иштетилет. Алар 3- жана 4-маселелер сыяктуу эле эсептөөгө берилген маселелер. Мисалы, 3-нүн чыгарылышын карайлы. Экинчи бурчту x аркылуу белгилесек, анда

$x \cdot \frac{1}{3} + x \cdot \frac{2}{3} + x = 180°$.

Мындан, $x = 90°$, $\alpha = 30°$, $\gamma = 60°$ демек, берилген үч бурчтук тик бурчтуу үч бурчтук болот деген жоопту окуучулар табышат. Ал эми 5-, 6-, 8-, 9-, 10-, 11-, 12-, 22-, 17-сыяктуу маселелер далилдөөнү талап кылып, өнүктүрүүчүлүк функцияны көздөшөт. Үлгү катарында окуу китебинде 12-маселе далилдөөсү менен берилген.



20-сүрөт

Кошумча түрдө 10-маселенин далилдөөсүн келтирели. Далилдөөнү чиймесин сызуудан баштоо сунуш кылынат (20-сүрөт).

ABC бурчу берилип, анын биссектрисасы BD шооласы болсун. $BE = BF$ болгондой BC жана BA шоолаларынан E, F чекиттерин белгилеп алалы. K чекити BD биссектрисасынын эрктүү чекити болсун дейли. Анда $EK = FK$ экенин далилдөө керек. Ал үчүн $\Delta BEK = \Delta BFK$ болоорун көрсөтүү жетиштүү.

$\Delta BEK = \Delta BFK$ барабардыгы аткарылышы үчүн $BE = BF$, $BK = KB$ жана $\angle KBE = \angle KBF$ экенин далилдөө жетиштүү. Ал эми бул барабардыктар түзүү жана шарт боюнча аткарылат. К чекити эрктүү тандалып алынгандыктан, биссектрисасынын ар кандай чекити бурчтун жактарынан бирдей аралыкта болоору далилденди. Маселени чыгаруу өркүндөтүлгөн анализ методу менен жүргүзүлгөнүн белгилейли. Методикада далилденгендей, өркүндөтүлгөн анализ методу окуучулардын таанып билүү активдүүлүгүн жогорулатат, окуу материалын аң-сезимдүү өздөштүрүүгө шарт түзөт.

Ал эми эсептөөгө берилген 18-маселенин чыгарылышын төмөнкүдөй көрсөтүү сунуш кылынат.

Берилди: AB = 18 см, $\angle B=30^o$, $\angle C=90^o$ (21-сүрөт).

а) $AC \perp BC \Rightarrow AC$ кесиндисинин узундугу A чекитинен BC түз сызыгына чейинки аралык болот. AC катети 30° тук бурчтун каршысында жаткандыктан AB гипотенузасынын жарымына, демек, 9 см ге барабар.

б) Анализ аркылуу синтезди колдонсок, AB гипотенузасын B чекитинен ($B \notin AC$) AC түз сызыгына жүргүзүлгөн жантык катарында да кароого мүмкүн. Аныктама боюнча, анын проекциясы AC кесиндиси болот. AC = 9см экени а) пунктунда көрсөтүлгөн.

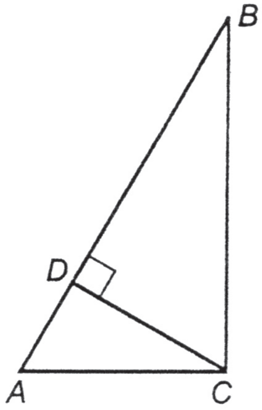
в) Аныктама боюнча, AC жана BC кесиндилеринин AB түз сызыгындагы проекциясын табуу үчүн CD ($D \in AB$) перпендикулярын жүргүзөбүз. Анда маселенин шартына ылайык, AD жана BD кесиндилерин табуу талап кылынат.

1. $\angle B = 30°$ жана $\angle BDC = 90° \Rightarrow \angle BCD = 60°$.
2. $\angle ACB = 90°$ жана $\angle BCD = 60° \Rightarrow \angle ACD = 30°$.
3. $\angle ACD = 30^o \Rightarrow AD = \frac{AC}{2}$

(AC кесиндиси ADC тик бурчтуу үч бурчтугунда гипотенуза). Демек, AD = 4,5 см.

4. AB = 18 см, AD = 4,5 см жана D чекити A жана B нын арасында жатат дегенден BD = 18 – 4,5 = 13,5 (см) алабыз.

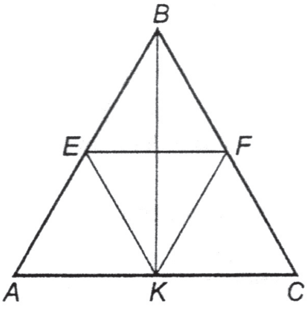
Ошентип, маселенин жообу: а) 9 см; б) 9 см; в) 4,5 см жана 13,5 см. Бул маселени чыгаруу, талкуулоолор номерленип, логикалык корутунду жасоо символу ачык түрдө, ал эми коньюнкция операциясы көмүскө түрдө пайдалануу аркылуу ишке ашырылды.



21-сүрөт

Айрым маселелердин чыгарылыш-тарын окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү жана аларды ирээттүүлүккө үйрөтүү үчүн, жогоруда көрсөтүлгөндөй жазып берүүнү сунуш кылабыз.

22-маселени синтез методун колдонуу менен чыгаралы. Маселенин шартына ылайык, берилген тең капталдуу (22-сүрөт) (AB = =BC) ABC үч бурчтугунун жактарынын ор-



22-сүрөт

толору *E, F* жана *K* чекиттери экинчи тең капталдуу үч бурчтуктун чокулары болоорун далилдөө талап кылынат.

Тең капталдуу үч бурчтуктун касиетине ылайык $\angle A = \angle C$, болот. Ошондой эле $AE = EB$, $CF = BF$ жана $AB = BC$ (шарт боюнча) болгондуктан $AE = FC$ барабардыгы аткарылат. *BK* медиана болгондуктан $AK = KC$ болот.

Мына ошентип, *AEK* жана *CFK* үч бурчтуктары, үч бурчтуктардын барабардыгынын биринчи белгиси боюнча барабар болушат. Анда аныктама боюнча, барабар үч бурчтуктарда, тиешелүү жактары барабар болгондуктан $EK = FK$ келип чыгат.

III глава боюнча текшерүү иш *(1 саат)*

I вариант

1. *ABC* үч бурчтугунун $\angle A = 40°$ жана $\angle C = 80°$ бурчтары берилип, *AD* бийиктиги жүргүзүлгөн. Пайда болгон *ADB* үч бурчтугунун бурчтарын тапкыла.

2. *P* жана *Q* чекиттери тиешелүү түрдө *ABC* тең капталдуу үч бурчтугунун каптал жактары *AC* жана *BC* нын тең ортолору болушат. $AQ = BP$ экенин далилдегиле.

3. Эки үч бурчтуктун барабардыгын, эки бурчу жана үчүнчү чокусунан жүргүзүлгөн бийиктиктери боюнча далилдегиле.

II вариант

1. *ABC* үч бурчтугунун $\angle A = 60°$ жана $\angle B = 80°$ бурчтары берилип *AD* биссектрисасы жүргүзүлгөн. Мындан пайда болгон *ACD* үч бурчтугунун бурчтарын тапкыла.

2. *ABC* тең капталдуу үч бурчтугунун негизи *AC* дан *K* жана *L* чекиттери $AK = LC$ болгондой тандалып алынган.

$BK = BL$ экенин далилдегиле.

3. Эки үч бурчтуктун барабардыгын алардын бирден жактары жана аларга жүргүзүлгөн тиешелүү медианалары жана бийиктиктери боюнча далилдегиле.

калыптандырууда окуу китебиндеги текстти толук пайдалануу сунуш кылынат, анткени керектүү материал жетиштүү жана жогорку методикалык деңгээлде берилген.

2-сабакта сунуш кылынган эң жөнөкөй түзүүлөрдү мүмкүн болушунча окуучулардын өздөрүнө аткартуу максатка ылайыктуу. Мында, алдын ала инструкция берүү, чийме куралдарын колдонуунун жана анын жардамы менен түзүүлөрдү аткаруунун үлгүлөрүн көрсөтүү сыяктуу ыкмаларды колдонуу сунуш кылынат.

С. Мисал катарында 8-маселени карайлы. Тегиздикте *O* чекитин белгилеп, узундугу 3-4 см болгон *a* кесиндисин сызып коёбуз. Маселенин суроосуна жооп издөөнү уюштуруп, айлананын аныктамасын окуучулардын эстерине түшүрүп, анын маңыздуу белгилерин чекиттердин геометриялык орду түшүнүгүн колдонуу менен талдоо жүргүзүүнү сунуш кылабыз. Окуучулар «тегиздикте берилген чекиттен бирдей аралыкта жаткан чекиттердин геометриялык орду айлана деп аталат», деп аныктама (албетте, ал мурда берилген аныктамага логикалык жактан тең күчтүү) беришсе ого бетер жакшы. Натыйжада борбору *O* чекити болгон, радиусу *a* кесиндисине барабар айлана циркулдун жардамы менен сызылат.

§ 17. Түзүүгө берилген жөнөкөй маселелер
(4 саат)

А. Бул параграф IV главанын өзөгүн түзүүчү, негизги окуу материалдарды камтыйт. Тышкы формасы боюнча жөнөкөй өңдөнгөн менен мындагы материал окуучулар үчүн өздөштүрүүдө бир катар кыйынчылыктарды пайда кылышы мүмкүн. Көнүгүүлөр системасында 19 түзүүгө берилген маселени чыгартуу каралган. Демек, параграфтагы маалыматтарды өздөштүрүүгө 4 саат убакыт керектиги жөндүү.

1-сабактагы 1- жана 2-маселелерди окуу китебинин ирээти боюнча өтүп, кошумча 5(6)-, 6-, 10- жана 12-маселелерди иштетүү (үйдөн иштөөгө 5(а)-, 7-лер) сунуш кылынат.

2-сабакта 3-маселе, анын натыйжасы каралып, көнүгүүлөр системасынан 1-, 9-, 16-ларды үйгө 2- жана 3-маселелерди иштетүү керек.

3-сабакта 4-маселе эки учур менен каралат да кошумча

IVглава. Геометриялык түзүүлөр
(17 саат)

Окуучулар сызгыч, циркуль сыяктуу негизги чийме куралдары жана аларды колдонуу ыкмалары менен төмөнкү класстан эле тааныш. Ошондой эле алар эң жөнөкөй түзүүлөрдү да аткарууну билишет. Демек, глава окуучулардын бул материал боюнча билимдерин системалаштыруу жана жалпылоо максаттарын көздөп, жаңы бир катар түшүнүктөрдү (түзүүгө берилген маселелерди чыгаруунун этаптары ж.б.) өздөштүрүүлөрүнө арналат.

§ 16. Геометриялык түзүүлөр жөнүндөгү түшүнүк. Куралдар *(2 саат)*

А. Теманы окуп үйрөнүүгө 2 саат бөлүү максатка ылайыктуу. Анткени окуу материалдары окуучулар үчүн белгилүү деңгээлде жаңы, ошону менен бирге мында циркулду жана сызгычты пайдаланып, 14 жөнөкөй түзүүлөрдү өздөштүрүү каралган.

1-сабакта геометриялык түзүүлөр, түзүүгө берилген маселелер, алардын чыгарылышы жана ага коюулуучу негизги талаптарды кароо сунуш кылынат. 2-сабакта болсо теманын калган окуу материалын өтүү керек. Ушулар менен бирге эле окуу китебинин 94-бетиндеги кайталоого сунушталган суроолордон, 1-сабакта 1- жана 2-, ал эми 2-сабакта 3-тапшырмаларга жооп табууну уюштуруу талап кылынат.

В. Окуучулардын тегиздиктик элестөөлөрүн өнүктүрүүдө тегиздиктеги геометриялык түзүүлөрдү алар тарабынан аң-сезимдүү өздөштүрүүсүнө жетишүүнүн мааниси чоң экендиги талашсыз. Мурда колдонулуп келген окуу китептеринен айырмаланып, биз карап жаткан жаңы окуу китебинде (теманын орду сакталса да) тегиздиктеги геометриялык түзүүгө тиешелүү болгон жалпы түшүнүктөр (ошондой эле айрым жеке түзүүлөр) бир топ жогорку деңгээлде системалаштырылып жана толукталып берилген. Маселен, А.В.Погореловдун «Геометрия 7-11» деген окуу китебинде геометриялык түзүүлөр жөнүндө үстүртөн гана маалымат берилип, натыйжада бул бөлүм боюнча окуучулардын жалпы түшүнүктөрү тайкы бойдон калып келген. Жаңы түшүнүктөрдү (геометриялык түзүү, түзүүгө берилген маселелер, маселенин чыгарылышы)

көнүгүүлөр системасынан 3(б)-, 4-, 8-, 11-лерди үйгө 3(а)-, 14-номерлерди чыгартуу максатка ылайыктуу.

Ал эми 4-сабакта болсо, 5-маселе чечмеленет да, 13-, 15-, 17-, 19- (үйгө 18-, № 5 суроо) номердеги көнүгүүлөр чыгарылат.

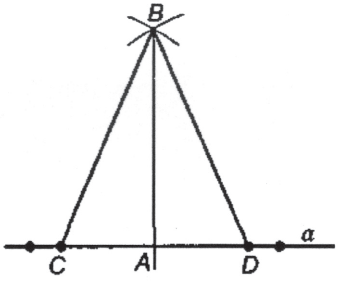
В. Түзүүгө берилген жөнөкөй маселелерди окуп-үйрөнүү зарылчылыгы алардын татаал маселелерди чыгаруудагы мааниси менен шартталган. Ушул айтылганга окуучулардын көңүлүн, кийинки сабактарда да буруп коюу жөндүү.

1- жана 2-маселелерди чыгаруунун далилдөө этабы үч бурчтуктардын барабардыгынын үчүнчү белгисине таянгандыктан, аны (жалпы эле үч белгини тең) алдын ала кайталап алуу максатка ылайыктуу. Окуучулардын ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү максатында окуу китебиндеги 91- (92-) сүрөттөр боюнча «$\Delta KOL = \Delta MDN$ ($\Delta CEO = \Delta DEO$) барабардыктары аткарыларын кантип далилдесе болот (үч бурчтуктардын барабардыгынын кайсы белгисин колдонсок жакшы)?», «$\angle AOB = \angle CDE$ (OE биссектрисасы экенин) барабардыгы орун алаарын кантип далилдөөгө болот?» деген сыяктуу суроолор менен аларга кайрылган жакшы.

3-маселенин негиздөөсүн берүүдө, окуу китебинде $\angle 1$ жана $\angle 2$ (алар тиешелүү түрдө $\angle ACO$ жана $\angle BCO$) белгиленбей калгандыктан мугалим толуктап коюшу керек. Мында далилдөө үч бурчтуктардын барабардыгынын 1-белгисине таянуу менен жүргүзүлүп жатканын окуучулардын так билишине жетиштүү талап кылынат. Натыйжаны далилдөөдө, бири-бирине барабар жандаш бурчтардын ар бири 90° ка барабар боло турганын окуучулар өздөрү эстешкени пайдалуу.

4-маселенин формулировкасында атайын, берилген чекит түз сызыкка карата кандай тандалып алынаары ачык берилген эмес. Эгерде окуучу өзү эки учурду кароо керек экендиги жөнүндөгү бүтүмгө келсе, бул жакшы көрүнүш. Окуу китебинде, негиздөө, кыскача гана 3-маселенин натыйжасына шилтеме жасоо менен чектелген. Шартка жараша, балким жок дегенде бир учурду чечмелеп берүү зарылчылыгы пайда болушу да мүмкүн. Аны төмөнкүчө жүргүзсө болот (a учуру).

1. $A \in a$ – шарт (болжолдоо боюнча).
2. $AC = AD$ жана $CB = DB$ – түзүү боюнча.
3. BA түз сызыгынын ар бир чекити түзүүлөргө ылайык CD



23-сүрөт

кесиндисинин учтарынан бирдей алыстыкта жатышат (23-сүрөт).

4. 3-маселенин натыйжасы боюнча $BA \perp CD$, б.а. $BA \perp a$.

5-маселенин чыгарылышын окуучулардын өздөштүрүүсүнө жетишүү үчүн керектүү окуу материалдарын алдын-ала кайталоо ишин мугалим жүргүзүүсү зарыл.

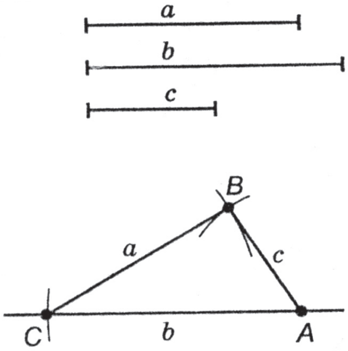
Белгилей турган жагдай бар. А.В.Погореловдун котормо окуу китебинен айырмаланып, кыргыз авторлорунун китебинде чекит аркылуу өтүп, берилген түз сызыкка перпендикуляр түз сызыкты түзүүлөрдөгү далилдөөлөр бир логикалык негизде (3-маселенин натыйжасына билгичтик менен таянуу) ишке ашырылган. Бул болсо жалпы эле тексттин кыска жыйынтыктуу болушуна алып келип, эске тутууну жеңилдетет.

С. 1- жана 2-маселелер кесиндини барабар бөлүктөргө (же тең экиге) бөлүүгө берилген көнүгүүлөр. Маселен, 2-көнүгүүдө *ACB* үч бурчтугунун медианаларын түзүү талап кылынат. Окуучуларды каалагандай *ACB* ны сыздырып, анын ар бир жагынын тең ортосун 3-маселе боюнча таптырып, аларды тиешелүү чокулары менен туташтырып, медианаларды түзөбүз. Ал эми 4-маселеде болсо, түз сызыктан четте жаткан чекит аркылуу, ага жүргүзүлгөн перпендикулярды түзүү жөнүндөгү 4(б)-маселеге таянуу менен үч бурчтуктун бийиктиктерин түзүшөт.

Бир катар маселелер бурчтун биссектрисасын түзүүгө, бурчту бөлүктөргө бөлүүгө жана ар түрдүү варианттарда берилген негизги элементтери жана сызыктары боюнча үч бурчтуктарды түзүүгө арналган. Маселен 7-көнүгүү, үч жагы боюнча үч бурчтукту түзүүнү талап кылат.

Берилди: a, b, c кесиндилери.

Чыгаруу. Сызгычтын жардамы менен каалагандай түз сызык жүргүзүп, кандайдыр бир *A* чекитин белгилейбиз. Циркулдун кадамын *b* кесиндисине барабар, *A* чекитин борбор кылып алып айлана сызып алабыз (24-сүрөт). Бул айлананын түз сызык менен кесилишкен чекитин *C* аркылуу белгилейли. Эми с кесиндисин радиус кылып алып, циркулдун жардамы менен *A* борборунан айлана сызабыз.



24-сүрөт

Андан ары борбору C чекити, радиусу a кесиндисине барабар болгон айлана сызабыз. Бул эки айлананын кесилишкен чекитин B тамгасы менен белгилейли. Табылган чекиттерди туташтырып, биз издеген ACB үч бурчтугуна ээ болобуз. Ал эми 15-маселени болсо бурчтун биссектрисасын түзүү жөнүндөгү, текстеги 2-маселеге таянуу менен окуучулар өздөрү аткарышат.

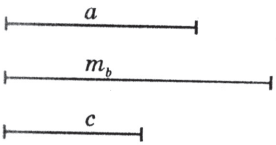
§ 18. Түзүүгө берилген маселелерди чыгаруунун этаптары *(2 саат)*

А. Теманын мазмунун окуп үйрөнүүгө 2 саат бөлүү сунуш кылынат.

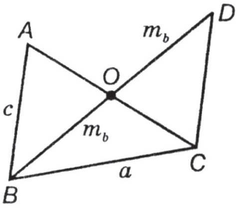
1-сабакта окуу китебинин удаалаштыгы боюнча түзүүгө берилген маселелерди чыгаруунун төрт этабынын маңызын өздөштүрүүгө жетишип, бир-эки маселе иштетүүгө болот.

2-сабакта окуу китебиндеги үлгү катарында берилген 1-маселенин толук чыгарылышын берип, көнүгүүлөр системасынын калган маселелерин чыгартуу максатка ылайыктуу. 1-сабакта 3-маселени чыгарууну жана 4-суроого жооп жазууну тапшырма катарында берүү керек. 2-сабакта үй иши катары 5-суроонун жообун жазууну жана 7- жана 8-маселелерди берүүнү сунуш кылабыз.

В. Окуу китебинде анализ, түзүү, далилдөө жана изилдөө этаптарынын маңызы толук түрдө ачылып берилген, демек аны жетекчиликке алуу керек. «Анализ» деген термин өркүндөтүлбөгөн анализ маанисинде колдонулуп жатканын мугалим эске алышы керек. Демек, бул этаптын негизги функциясы, түзүүнүн планын табуу. Окуучулардын аргументтүү жана негиздүү ой жүгүртүү ыкмаларын калыптандырууда далилдөө жана изилдөө этаптарын тиешелүү деңгээлде жүргүзүүнүн мааниси чоң экендигин мугалим эске алганы дурус.



25-сүрөт

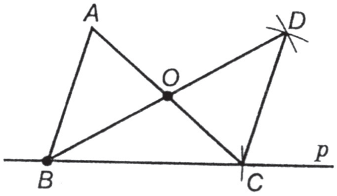


26-сүрөт

С. 9-маселе. а) Эки жагы жана алардын бирине жүргүзүлгөн медианасы боюнча үч бурчтукту түзгүлө.

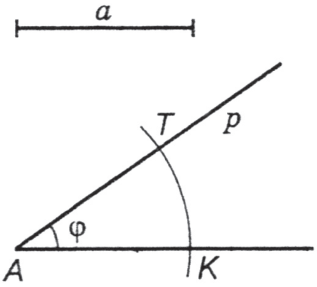
Берилди: a, c жактары жана m – медианасы (25- жана 26-сүрөттөр).

Анализ. Биз издеп жаткан ABC үч бурчтугу түзүлдү деп эсептейли. Мында $BC = a$, $AB = c$, $BO = m_b$ болсун (25-сүрөт). Изделүүчү үч бурчтуктун B жана C чокуларын a кесиндиси (жагы) боюнча түзө алабыз. B жана C чокуларын табуу үчүн, кандайдыр бир p түз сызыгынын каалагандай чекитин B деп белгилеп алабыз. Андан ары $BC = a$ болгондой циркулдун жардамы менен a кесиндисин ченеп коюп, натыйжада С чекитин табабыз. Ошентип, A чекитин, үч бурчтуктун үчүнчү чокусун түзүү үчүн $BO = m_b$ медианасын $BO = OD$ болгондой BD кесиндисин түзөбүз да, $DC = c$ болгондуктан ΔBDC ни алабыз. CO медианасын (ΔBDC үчүн) улантып, ага $CO = OA$ кесиндисин ченеп коюп, A чокусун түзө алабыз. Демек, маселени түзүү жолу табылды.



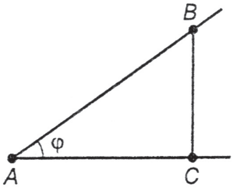
27-сүрөт

Түзүү. P түз сызыгынан B чекитин белгилеп алабыз. P түз сызыгына B чекитинен баштап циркулдун жардамы менен a кесиндисин ченеп коюп C чекитин табабыз. Эми ΔBDC ны түзөбүз. Ал үчүн $\omega_1(B; BD)$ жана $\omega_2(C; CD)$ жааларын сызабыз (27-сүрөт). ω_1 жана ω_2 жаалары D чекитинде кесилишет,

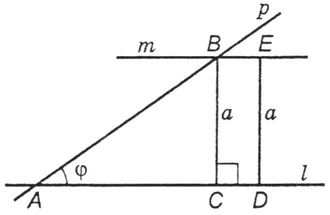


28-сүрөт

Мына ошентип, $BD = 2m_b$, $DC = c$, $BC = a$ болду. Эми BD кесиндисинин ортосу O чекитин табабыз да, CO шооласына O чекитинен баштап $CO = OA$ кесиндисин ченеп коюп, A чокусун та-



29-сүрөт



30-сүрөт

бабыз. *A, B* жана *C* чекиттерин кесиндилер аркылуу туташтырып, изделүүчү ΔABC үч бурчтугуна ээ болобуз.

Далилдөө. Биз түзгөн ΔABC маселенин шартын канааттандырат. Чындыгында эле, түзүү боюнча $BC = a$, $BO = m_b$. Ал эми $\Delta AOB = \Delta DCO$ (анткени, $\angle AOB = \angle DOC$ – вертикалдык бурчтар катарында, $AO=OC$ жана $BO = OD$ түзүү боюнча). Анда $AB = DC = c$ болот. Ошентип, түзүлгөн ΔABC маселенин шартын толук канааттандырат.

Изилдөө. $a + c > AC$, $2m_b < a + c$ болсо, маселе бир чыгарылышка ээ.

6(б)-маселе. Тик бурчтуу үч бурчтукту катети жана тар бурчу боюнча түзгүлө.

Берилди. *a* катети, ($\angle C$=90°) тар бурчтарынын бири φ болсун (28-сүрөт).

Анализ. Изделүүчү тик бурчтуу үч бурчтук *ABC* болсун дейли жана $\angle C$ = 90° болсун. Эки учур болушу мүмкүн.

1-учур.

Берилген *a* катети, φ бурчунун каршысында жатат (29-сүрөт).

A чекитин каалагандай *l* түз сызыгынан тандап алабыз да $\angle CAB$ ны түзөбүз. *l* түз сызыгынан *a* аралыкта $p||l$ болгондой *p* түз сызыгын жүргүзүп, $(B = p \cap AB)$ *B* чекитин табабыз да $BC \perp l$ жүргүзүп, *C* чекитине ээ болобуз. Ошентип, *ABC* тик бурчтуу үч бурчтугун түзүүнүн жолу табылды.

Түзүү. *l* түз сызыгынан каалагандай *A* чекитин тандап алабыз (30-сүрөт). Эми чокусу *A* чекити болгон φ бурчун түзөбүз. Ал үчүн ω *(A;AK)* аркылуу эркибизче *KT* жаасын сызабыз. Натыйжада *AP* шооласына ээ болобуз.

l түз сызыгынан каалаган *D* чекитине узундугу *a* га барабар болгон *DE* перпендикулярын ($DE \perp l$) тургузабыз. Эми *E* чекити аркылуу өтүп, *l* түз сызыгына параллель болгон *m* түз сызыгын

жүргүзөбүз (б.а. $l||m$). m жана p түз сызыктарынын кесилишкен чекитин B аркылуу белгилеп, $BC\perp l$ (же $BC||ED$) жүргүзөбүз. Натыйжада биз издеген ΔABC пайда болот.

Далилдөө. Түзүлгөн ΔABC маселенин шартын канааттандырат. Анткени $\angle CAB=\varphi$, $BC=a$ түзүү боюнча. Ошондой эле $\angle C=90°$. Чындыгында эле, $ED\perp l$, $m||l$, $BC||ED$, $BC=ED$ жана $ED=a$ болгондуктан $BC = a$, $BC\perp l$.

Изилдөө. $DE = a$, $E\in m$ жана $m||l$ болгондуктан (кошумча, p түз сызыгы l менен A чекитинде кесилишет) маселе жалгыз чыгарылышка ээ.

§ 19. Айланага жаныма түз сызык *(1 саат)*

А. Теманын көлөмү анча чоң эмес жана сунуш кылынган көнүгүүлөрдүн саны чектелүү болгондуктан бул темага 1 эле саат бөлүү ылайык. Класста жаныма түз сызыкты түзүүнүн жолун берип, маселелерди чыгарып, үй иши катарында 3-жана 7-көнүгүүлөрдү, 94-беттен 6- жана 7-суроолорго жооп жазууну сунуш кылса болот.

В. Айлананын жанымасы жөнүндө окуучулардын түшүнүгү бар. Сөз жаныма түзүү жөнүндө болуп жатат. Логикалык жактан, тигил же бул объектинин негизги белгилерин саноо менен бирге эле, ошол объектинин боло тургандыгын далилдөө зарылчылыгы да пайда болот. Геометрияда ушундай далилдөө түзүү боло алат. Бул багытта алганда каралып жаткан теманы, жаныманын боло турганын негиздөө катарында кароого болот. Окуучулардын логикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрүүнү улантуу максатында, класстын даярдык деңгээлин эске алуу менен, жогоруда көрсөтүлгөндөй кыскача баяндама (аныктама жана жашоо теоремасы жөнүндө) берип коюуга да болот.

Албетте, *M* чекитинин (100- жана 101-сүрөттөр, окуу китеби) айланага карата жайланышына жараша эки учурдун болушу мүмкүн экендигин, тиешелүү түз сызыктардын жаныма боло турганын далилдөө §17, 4-маселеге (окуу китебинде §18 деп ката басылып калган) таянуу менен жүргүзүлөөрүн окуучулар өздөрү айтканга жетишүүгө аракет кылуу табигый иш. Ал үчүн багыт берүүчү эрежелерди берүү, окуучулардын өздөрүнө мүмкүн болгон гипотеза айттырып көндүрүү сыяктуу ыкмаларды колдонсо болот. Маселен, айлананын радиусу жанымага перпендикуляр экендигин окуучулар

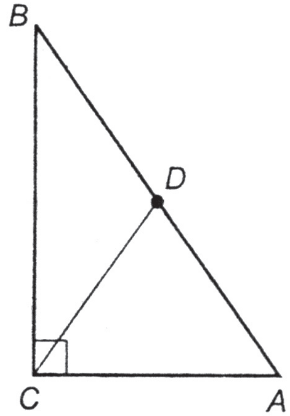
билишет, анда түз сызыкка чекит аркылуу өтүүчү перпендикулярды кантип жүргүзөөрүбүздү эске түшүрүүнү алардан талап кылууга мүмкүн.

С. Бул параграфтагы 1-маселе түзүү боюнча аткарылса, 2-маселеде 45° жана 60° бурчту түзүү 17.2 ге негизделет. 3-, 4-, 5- жана 6-маселелерди чыгаруу биссектрисанын касиетине (бурчтун жактарынан бирдей аралыкта жатат), ошондой эле параллель түз сызыктардын, айлананын жана анын жанымасынын аныктамасына жана касиеттерине, негизделүү менен ишке ашырылат.

§ 20. Үч бурчтукка ичтен (сырттан) сызылган айланалар *(1 саат)*

А. Тема анча чоң эмес, айланага ичтен же сырттан сызылган үч бурчтуктарды (же тескерисинче) түзүү каралат. 94-беттен 8- жана 9-суроолорго жооп жазууну талап кылууга болот.

В. Программа боюнча үч бурчтукка сырттан жана ичтен сызылган айлананын аныктамасын жана ал айланаларды түзүү жолун окуучулардын өздөштүрүүсүнө жетишүү каралган. Теориялык материал – бул айлананын борборун жана радиусун түзүү маселелери болуп эсептелет, аларды окуучулар негизинен мурдагы темаларда өтүшкөн. Берилген кесиндинин учтарынан бирдей алыстыкта жаткан чекиттердин геометриялык орду жөнүндөгү корутундуга жана бурчтун биссектрисасынын касиеттерине таянуу менен окуучулар бул окуу материалдарын өздөштүрүшөт. Окуу китебинде үч бурчтукка сырттан (ичтен) сызылган айлананын борбору анын жактарынын ортолоруна тургузулган перпендикулярдын (биссектрисаларынын) кесилиш чекити болоорун далилдөө менен берилген.



31-сүрөт

С. Көнүгүүлөр системасы өткөн материалдарды кайталоого (2-, 3-, 7- ж.б.) жаңы теманы бышыктоого (1-, 4-, 5-, 9-ж.б.) арналган. Негизинен өткөн материалдарга таянуу менен иштелип, дидактикалык жана

өнүктүрүүчүлүк функцияларды көздөгөн бул көнүгүүлөр окуучулар үчүн анча кыйынчылык пайда кылбас деп ойлойбуз.

5-маселени карайлы. Тик бурчтуу үч бурчтукту сызуудан баштайбыз (31-сүрөт). Далилденгенге ылайык, AB гипотенузасынын ортосун, D чекитин табууну сунуш кылабыз. Демек, CD медиана экенин окуучулар байкашат. §13-төгү 9-маселенин чыгарылышын окуучулардын эсине салабыз. Натыйжада $BD = DA = DC$ барабардыгы орун алаарын, окуучулар менен бирдикте негизделет.Бул демек, ΔABC га сырттан сызылган айлананын борбору D чекити, ал эми радиусу CD кесиндиси болот деген корутундуну айтууга түрткү болот. Циркулдун жардамы менен изделүүчү айлананы сызышат. Биз колдонгон жол үч бурчтукка сырттан айлана сызуунун жалпы жолунан бир топ оңой экенин белгилөө зарыл.

IV главага маселелер *(2 саат)*, Кайталоо *(3 саат)*

Бул темада 20-маселени чыгаруу жана ошол эле учурда кайталоо жана системалаштырууга арналган сабактарды өтүү сунуш кылынат. Түзүүгө берилген маселелерди мүмкүн болушунча окуу китебинде көрсөтүлгөн төрт этап боюнча чыгарууга аракет жасоо керек. Мугалим класстын даярдыгын, окуучулардын теориялык материалдарды өздөштүрүү деңгээлин эске алуу менен маселелерди чыгарууну сабактарга бөлүштүрүп пландаштыра алат. Бир катар мисалдардын чыгарылышын карайлы.

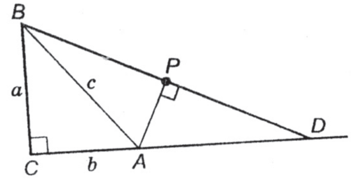
10-маселени чыгаралы.

Берилди: ΔABC, $\angle C = 90°$, $BC = a$, $b + c = l$.

1-этап. Анализ. ABC үч бурчтугу түзүлгөн болсун дейли. Мында $\angle C = 90°$, $CA + AB = l$. Эгерде CA жагынын уландысына BA кесиндисин ченеп койсок, $CA + AD = l$ болгондуктан D чекитин табабыз. Эми класска фронталдык түрдө төмөндөгүдөй суроолордун системасын беребиз (32-сүрөт).

1. ΔCBD ны түзүүгө мүмкүнбү? (ΔCBD ны CB жана CD катеттери боюнча түзүүгө мүмкүн).

2. ΔCBD ны түзгөндөн кийин изделүүчү үч бурчтуктун канча чокусу белгилүү болду? (Изделүүчү үч бурчтуктун B жана C чокулары белгилүү болду.)



32-сүрөт

3. Түзүүгө тийиш болгон үч бурчтуктун үчүнчү чокусу A чекитин кантип табууга болот? (ΔBAD тең капталдуу болгондуктан, BD кесиндисинин ортосу аркылуу жүргүзүлгөн перпендикулярдын CD менен кесилишкен чекити, изделүүчү А чекити болот).

2-этап. Түзүү. $BC = a$ кесиндисин түзөбүз да, C чекитинен 90° ка барабар болгон бурчту ченеп коёбуз. Ал бурчтун жагына $l = AD$ кесиндисин ченеп коюп, $BP = PD$ боло турган P чекитинен BD га перпендикуляр жүргүзөбүз. Бул перпендикулярдын CD кесиндиси менен кесилишүү чекити изделүүчү үч бурчтуктун A чокусу болот.

3-этап. Далилдөө. Түзүү боюнча $AP \perp BD$, $BP = PD$ болгондуктан $CA + AB = AB + AD = l$. Мына ошентип, ΔABC да, $\angle C = 90°$, $BC = a$, $CA + AB = l$. Демек, түзүлгөн үч бурчтук маселенин шартын канааттандырат.

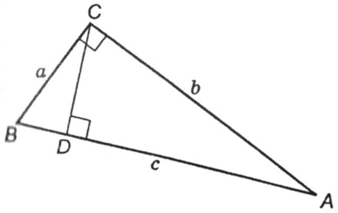
4-этап. Изилдөө. Эгерде $l \leq a$ болсо, үч бурчтуктун барабарсыздыгы боюнча, маселе чыгарылышка ээ эмес. $l > a$ болсун дейли. Бул учурда, PA түз сызыгы ΔBCD нын CD жагын, алар ар түрдүү жана параллель эмес болушкандыктан, бир гана A чекитинде кесип өткөндүктөн, маселе жалгыз чыгарылышка ээ болот.

8(б) Гипотенуза жана ага түшүрүлгөн тик бурчтуу үч бурчтукту бийиктиги боюнча түзүү талап кылынат.

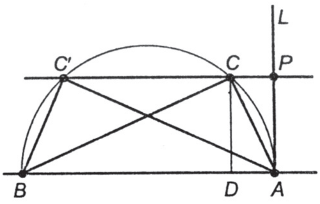
Анализ. Маселе чыгарылып, тик бурчтуу ABC үч бурчтугу түзүлгөн болсун дейли. Мында $AB = c$, $CD = AB$ ($CD = h_c$) жана $\angle C = 90°$ (33-сүрөт).

Чиймеден көрүнүп тургандай AB кесиндисин түзүүгө мүмкүн. Анда изделүүчү үч бурчтуктун эки чокусу (A жана B) белгилүү болот. Үчүнчү чокусу C ны табуу үчүн $\angle C = 90°$ жана h_c бийиктигин пайдаланууга мүмкүн. C тик бурчу жарым айланага таянсын дейли (жарым айлананын диаметри AB кесиндиси), ал эми C чокусу AB кесиндисинен h_c аралыкта болушу керек. Ошентип, түзүүнүн планы пайда болду.

Түзүү. Кандайдыр бир түз сызыкка $c = AB$ кесиндисин ченеп коюп, диаметри AB болгон жарым айлана түзөбүз. A чекити аркылуу $AL \perp AB$ болгон AL түз сызыгын жүргүзүп, $AP = h_c$ кесиндисин ченеп



33-сүрөт



34-сүрөт

коёбуз. Эми *P* чекити аркылуу өткөн жана *AB* га параллель болгон түз сызык жүргүзөбүз жана ал жарым айлана менен эки *C* жана *C'* чекиттеринде кесилишет. *C* жана *C'* чекиттерин *A* жана *B* чекиттери менен туташтырып, Δ *ABC* жана Δ*ABC'* ка ээ болобуз (34-сүрөт).

Далилдөө. Түзүү боюнча $AB = c$, $\angle C = 90°$ (диаметрге таянган бурч) $CD \perp AB$ жүргүзсөк, $CD = PA = h_c$ болоору көрүнүп турат.

Изилдөө. Эгерде $h_c < 1/2 \cdot c$ болсо, маселе эки чыгарылышка ээ.

Ал эми $h_c = 1/2 \cdot c$ болсо, ΔABC тең капталдуу болот да, маселе бир чыгарылышка ээ.

IV глава боюнча текшерүү иш

I вариант

1. *a* жагы, $\angle B = \beta$ жана *a* жагына жүргүзүлгөн медиана боюнча үч бурчтук түзгүлө.
2. Эгерде ΔABC да $\angle B = 25°$, $\angle C = 55°$ болсо, ошол үч бурчтуктун *A* бурчуна барабар бурчту түзгүлө.
3. ω*(O;R)* айланасынын ичинде жаткан А чекити аркылуу өткөн жана ал чекит аркылуу тең экиге бөлүнгөн хорданы жүргүзгүлө.

II вариант

1. *ABC* үч бурчтугун $BC = a$ жагы жана $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$ бурчтары боюнча түзгүлө.
2. *MBK* үч бурчтугунда $\angle M + \angle K = 120°$ болсо, чийме куралдарынын жардамы менен ошол үч бурчтуктун *B* бурчуна барабар бурчту түзгүлө.
3. ω *(O;R)* айланасына берилген *P* түз сызыгына параллель болгон жаныма жүргүзгүлө.

Мазмуну

Киришүү 3

I. Геометрия курсунун илимий негиздери 5

II. Геометриянын жаңы окуу китептериндеги өзгөчөлүктөрү 8

I глава. Геометриялык алгачкы түшүнүктөр 13

§1. Чекит, түз сызык, тегиздик.. 13

§2. Геометриялык фигуралар 16

§3. Кесиндилерди ченөө 18

§4. Бурч. Бурчтун түрлөрү... 20

II глава. Параллель түз сызыктар 27

§ 5. Параллель түз сызыктардын аныкталышы 28

§ 6. Түз сызыктардын параллелдик белгилери 29

§ 7. Перпендикулярдуу түз сызыктар. Перпендикуляр жана жантык 31

§ 8. Тиешелүү жактары параллель бурчтар............................... 32

III глава. Үч бурчтуктар 34

§ 9. Үч бурчтуктар жана алардын түрлөрү 35

§ 10. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 37

§ 11. Үч бурчтуктардын барабардыгы. Үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери.. 39

§ 12. Тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери.......................... 43

§ 13. Тик бурчтуу үч бурчтуктар.. 46

§ 14. Айланага ичтен сызылган бурчтар.................................... 50

§ 15. Түз сызык менен айлананын жана эки айлананын өз ара жайланышы 53

III главага маселелер.. 56

III глава боюнча текшерүү иш 58

IV глава. Геометриялык түзүүлөр 59

§ 16. Геометриялык түзүүлөр жөнүндөгү түшүнүк. Куралдар 59

§ 17. Түзүүгө берилген жөнөкөй маселелер 60

§ 18. Түзүүгө берилген маселелерди чыгаруунун этаптары 63

§ 19. Айланага жанымa түз сызык.. 66

§ 20. Үч бурчтукка ичтен (сырттан) сызылган айланалар 67

IV главага маселелер.Кайталоо.. 68

IV глава боюнча текшерүү иш 70

Бекбоев Исак Бекбоевич

Геометрияны 7-класста окутуу

Редактору жана корректору Мундузбаева Ж.

26.09.2012-ж. басмага берилди. Форматы 62x92 $^{1}/_{16}$
Офсеттик басма. Нускасы 4150 даана. № 5197 заказ.

Кыргыз билим берүү академиясы,
Бишкек ш., Эркиндик бул., 25, тел. 62 23 57

«Аль Салам» басмаканасында басылды.
720044, Бишкек шаары, Симферополь туюк көчөсү, 85; тел. (312) 25-21-22.