ЖАЛАЛ-АБАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Мамыралиева Айнагүл Тураматовна

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебно-методический комплекс

Жалал-Абад - 2019

-

УДК: 336 (075.32)

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры “Финансы и кредит”
протокол № 5 от “22” 10 2019 г.

“Рассмотрено и одобрено”
Учебно-методическим советом Экономико-юридического факультета протокол № 6 от 26.11.19 г.

“Утверждено”
Учебно-методическим советом Жалал-Абадского государственного университета протокол № 7 от 03.12.2019 г.

Рецензенты: д.э.н., профессор Зулпукаров А.

к.э.н., доцент кафедры “Финансы и кредит”, МНУ им К.Ш. Токтомаматова Байымбетов Н.

Составитель:

Ст. преподаватель: Мамыралиева А.Т.

Учебно-методический комплекс по дисциплине “Финансовая математика” для студентов профиля “Финансы и кредит”, “Бухгалтерский учет анализ и аудит” по направлению “Экономика”

Жалал-Абад - 2019

АННОТАЦИЯ

Математика – древнейшая наука в истории человечества. В ней органически слилось духовное и материальное: творческий процесс внутреннего развития, приводящий к открытию новых понятий, методов, областей исследования, и обслуживание все возрастающих потребностей людей – от первых элементарных машин и примитивного счета до космических кораблей, атомных электростанций, компьютеров.

Финансовая математика описывает финансовые операции при помощи математического аппарата. Поскольку решение финансовых проблем подразумевает соизмерение стоимостей затрат и результатов, то предполагается наличие некоторой общей меры для оценки стоимости распределения ресурсов. Финансовая теория разрабатывает понятия и методы для решения финансовых проблем. Как и любая другая теория, оно строит модели реальных финансовых операций. Поскольку такие основные элементы, как время, стоимость, риск получают количественное выражение, то эти модели получают количественное выражение, то эти модели носят характер математических моделей. При этом математические средства, используемые для построения и анализа финансовых моделей, варьируются от элементарной алгебры до весьма сложных разделов случайных процессов. Финансовая математика помогает построению и анализу конкретных финансовых операций. Существенное использование в современной финансовой теории и практике математических методов и тот факт, что сами финансовые модели являются математизированными, приводит к тому, что совокупность таких моделей и математических средств для их построения и анализа составляет финансовую математику. Финансовая математика занимается построением и изучением математических моделей финансовых операций и процессов. Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры.

Дисциплина «Финансовая математика» предназначена для получения студентами первоначальных знаний, достаточных для того, чтобы уметь интерпретировать важнейшие категории, используемые в операциях на денежном рынке, уметь рассчитывать сравнительную эффективность различных видов финансовых вложений, уметь записывать проблемы выбора наилучших решений на языке экономико-математических моделей и знать основные методы решения задач финансовой математики, как аналитические, так и с использованием компьютерных технологий.

Любая финансовая, кредитная или коммерческая операция предполагает совокупность условий, согласованных ее участниками. К таким условиям относятся: сумма кредита, займа или инвестиций, цена товара, сроки, способы начисления процентов и погашения долга и т.д.

Учебно-методический комплекс посвящен финансовой математике в условиях определенности и в первую очередь предназначено для студентов, изучающих курсы «Финансовая математика», «Математические методы финансового анализа», «Кредит», «Финансовый менеджмент», «Финансовые вычисления» а также другие курсы с подобными названиями. Учебно-методический комплекс также может быть использовано специалистами банковских, финансовых и инвестиционных организаций. Изложение ведется в максимально понятной и лаконичной форме, разбирается большое количество примеров и задач с реальными данными.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью курса является помочь студентам овладеть основами современных финансовых вычислений для применения полученных знаний при решении конкретных задач в области экономики, а также подготовка высококвалифицированных научных и профессиональных кадров, способных внести теоретический и практический вклад в социально-экономическое развитие республики, ориентированных на глобальную конкуренцию.

Задачи изучения дисциплины состоят в реализации требований, установленных в Государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования, к подготовке специалистов в области экономики.

В курсе рассматриваются финансовые вычисления, необходимые для анализа сделок, включающих три основных элемента – размер платежа, срок и ставку процентов.

Количественный финансовый анализ имеет целью решение широкого круга задач от элементарного начисления процентов до анализа инвестиционных, кредитных и коммерческих операций.

К этому кругу задач можно отнести:

— измерение конечных финансовых результатов операции для каждой из участвующих в ней сторон;

— сравнение эффективности различных операций;

— выявление зависимости конечных результатов от основных параметров операции, сделки, контракта;

— разработка планов выполнения финансовых операций; расчет параметров эквивалентного изменения условий контракта.

Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина “Финансовая математика” (Б.2.КПВ 3) относится к дисциплинам курсы выборы части математического цикла основной образовательной программы.

При изучении данной дисциплины студенты должны владеть знаниями и компетенциями, соответствующими основной образовательной программы.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «финансовая математика»

Выпускник по направлению подготовки 580100 «Экономика» с присвоением академической степени «бакалавр» в соответствии с целями ООП и задачами профессиональной в соответствии с целями ООП и задачами профессиональной деятельности, указанными в пп. 3.4. и 3.8. настоящего ГОС ВПО, должен обладать следующими компетенциями:

а) универсальными:

- общенаучными (ОК)

- способен использовать базовые положения математических естественных/гуманитарных/ экономических наук при решении профессиональных задач (ОК-2);

- ***инструментальными (ИК):***

- способен к восприятию, обобщению и анализу информации, постановке цели и выборе путей ее достижения (ИК-1);

б) профессиональными

расчетно-экономическая деятельность (ПК):

- способен собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);

аналитическая, научно-исследовательская деятельность

- способен на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-6);

В результате освоения дисциплины студент, прослушавший курс должен знать:

- основные понятия финансовой математики;
- виды процентных ставок, способы наращения по различным процентным ставкам;
- виды процентных ставок, способы наращения по различным процентным ставкам;
- виды финансовых рент и потоков платежей, методы расчета их обобщающих характеристик;
- методики планирования погашения ссудной или иной задолженности;
- методики оценки и сравнения условий коммерческих контрактов;
- методы определения доходности финансово-кредитных операций.

Студент должен уметь:

- рассчитывать показатели наращенной суммы и современной величины различных финансовых рент и потоков платежей;
- составлять планы погашения ссудной и иной задолженности (единовременным платежом или частями, при различных ограничениях на динамику затрат по обслуживанию долга);
- определять эффективную и эквивалентную процентные ставки в зависимости от условий финансовой операции;
- рассчитывать обобщающие показатели коммерческих контрактов на разовую поставку товаров или с поставками, распределенными во времени;
- оценивать изменение условий контрактов (замену платежей);
- определить доходность долгосрочных займов, рассчитывать средний срок облигации, среднюю продолжительность погашения (duration) облигаций.

Владеть:

- специализированной финансовой терминологией;
- инструментарием оценки доходности различных финансовых инструментов;
- инструментарием оценки окупаемости инвестиционных проектов.

СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Лекции:

№	Наименование разделов, модулей, темы и учебных вопросов	К-во часов
	Модуль 1	
1	**Лекция № 1. Тема лекции:** ***Введение в финансовую математику*** **План лекции:** Общая характеристика дисциплины. Необходимость финансово-экономических расчетов в анализе рыночных процессов Литература: Основная: [1,3]. Дополнительная: [1-3]	2
2	**Лекция № 2. Тема лекции: Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам** **План лекции:** Значение времени, как основного фактора в финансовых расчетах. Основные сведения о процентах и процентных ставках. Формула наращения по простым процентам. Алгоритм начисления простых процентов. Простые переменные ставки. Реинвестирование по простым процентам. Дисконтирование и учет по простым ставкам Литература: Основная: [2-4]. Дополнительная: [1,3]	6
3	**Лекция № 3. Тема лекции: Сложные проценты** **План лекции:** Применение сложных процентов в финансовых расчетах. Формула наращения по сложным процентам. Формула наращения по сложным процентам при переменной ставке. Формула удвоения суммы. Начисление годовых процентов при дробном числе лет. Номинальная и эффективная ставки процентов. Дисконтирование по сложной ставке процентов. Номинальная и эффективная учетные ставки процентов. Непрерывные проценты. Расчет срока ссуды и процентных ставок Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	4
4	**Лекция № 4. Тема лекции: Эквивалентность процентных ставок. Финансовая эквивалентность обязательств** **План лекции:** Понятие эквивалентности процентных ставок. Средняя процентная ставка. Принцип финансовой эквивалентности обязательств. Уравнение эквивалентности. Изменение условий контрактов на основе уравнения эквивалентности. Объединение (консолидация) платежей. Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	2
	Модуль 2	
1	**Лекция № 5. Тема лекции: Учет инфляции в финансово-экономических расчетах** **План лекции:** Сущность инфляции. Индекс цен и индекс инфляции. Темп инфляции. Индексация ставки процентов. Брутто-ставка процентов. Индексация первоначальной суммы долгового обязательства. Определение индекса инфляции и его влияния на ставки процентов. Литература: Основная: [1-4].	2

	Дополнительная: [1-3]	
2	**Лекция № 6. Тема лекции: Потоки платежей. Финансовые ренты** **План лекции:** Понятия потока платежей и финансовой ренты. Виды рент. Наращенная сумма и современная величина потока платежей. Коэффициенты наращения и приведения ренты. Определение параметров финансовых рент. Определение ставки процентов финансовой ренты приближенными методами. Конверсия рент. Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	4
3	**Лекция № 7. Тема лекции: Кредит, погашение и амортизация долга** **План лекции:** Способы погашения долга. Расходы по обслуживанию долга. Определение размеров срочных уплат, плана погашения долга и общих расходов заемщика. Формирование погасительного фонда. Составление плана погашения долга. Погашение долга при потребительском кредите. Погашение ипотечного кредита. Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	4
4	**Лекция № 8. Тема лекции: Анализ инвестиционных процессов** **План лекции:** Определение чистого приведенного дохода инвестиционных проектов на основе дисконтирования будущих доходов и расходов. Показатель рентабельности инвестиций и его связь с чистым приведенным доходом. Период окупаемости инвестиций. Литература: Основная: [1-4]	2
5	**Лекция № 9. Тема лекции: Основные финансовые инструменты** **План лекции:** Акции. Облигации. Депозитные сертификаты. Определение их базовых показателей – курса, доходности, расчетной цены. Расчет доходности акций. Определение курса и расчетной цены основных финансовых инструментов. Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	4

Практические (семинарские) занятия:

№	Наименование разделов, модулей, тем и учебных вопросов и заданий	К-во часов
	Модуль 1	
1	**Занятие № 1. Тема урока. Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам** **План урока** Простейшие сведения о процентах. Расчет дисконта по простой и учетной ставкам, определение дисконтированных сумм и срока платежа ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1-4] Дополнительная: [1-3]	6
2	**Занятие № 2. Тема урока. Сложные проценты** **План урока**	

	Решение задач на применение формулы сложных процентов для расчета наращенной суммы по вкладам, предполагающим капитализацию процентов ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1-4] Дополнительная: [1-3]	4
3	**Занятие № 3. Тема урока. Эквивалентность процентных ставок. Финансовая эквивалентность обязательств** **План урока** Понятие эквивалентности процентных ставок. Средняя процентная ставка. Принцип финансовой эквивалентности обязательств. Уравнение эквивалентности. Изменение условий контрактов на основе уравнения эквивалентности. Объединение (консолидация) платежей. ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1, 2]. Дополнительная: [2, 3]	2
4	**Занятие № 4. Тема урока. Учет инфляции в финансово-экономических расчетах** **План урока** Производные процентные расчеты в финансовой математике. Инфляция и налоги ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1, 2]. Дополнительная: [1,2]	2
Модуль 2		
1	**Занятие № 5. Тема урока. Потоки платежей. Финансовые ренты** **План урока** Решение задач к потокам платежей. Постоянные финансовые ренты ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1, 2]. Дополнительная: [1-3]	4
2	**Занятие № 6. Тема урока. Кредит, погашение и амортизация долга** **План урока** Порядок и виды погашения долгосрочной задолженности ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1-4]. Дополнительная: [1-3]	4
3	**Занятие № 7. Тема урока. Анализ инвестиционных процессов** **План урока** Сравнение инвестиционных проектов по отдельным показателям и их совокупности. ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1, 2]. Дополнительная: [1-3]	4
4	**Занятие № 8. Тема урока. Основные финансовые инструменты** **План урока** Вычисление суммы накопленного купонного дохода за весь период действия ценной бумаги ***<u>Формы проверки знаний и умений</u>*** (решение задач и примеров) Литература: Основная: [1, 2] Дополнительная: [1-3]	4

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе освоения дисциплины при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии: лекции, семинарские и практические занятия, с использованием активных и интерактивных форм обучения.

Аудиторная работа проводится в форме лекций и семинарских занятий, которые, в свою очередь могут быть проведены в форме лекций-бесед, информационной лекции, в форме«мозгового штурма», широко применяется контекстное обучение, работа в команде, проблемное обучение и др.

При организации самостоятельной работы используются следующиет образовательные технологии:
- подготовка презентаций;
- написание докладов;
- написание рефератов.

Система текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды текущего контроля:
- текущий опрос (ТК);
- тестовые задания (ТК);

Промежуточная проверка (РК) проводится в форме тестирования, решения практических задач.

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Умения:	
Выполнять финансовые расчеты и определять финансовые показатели	Практическая работа, контрольная работа
Решать вопросы, связанные с анализом финансовых операций	Индивидуальные задание для решение
Производить выводы и принимать правильные решение	Практическая работа, контрольная работа
Знания:	
Сущность финансовых показателей	Тестирование
Принципиальную схему расчета финансовых показателей	Индивидуальные задание для решение, тестирование
Достигаемые цели при выполнении финансовых расчетов	Индивидуальные задание, тестирование
Итоговый контроль	Экземен

Оценка знание студентов

Критерии оценок и порядок проведения лекционных занятий:

1.Лекция-дискуссия (дискуссия)

Крит ерии оценки: 50-100% выставляется студенту, если он принял участие в дискуссии и в обсуждении ее результатов;

0-49% выставляется, если студент отсутствует на занятии или устранился от участия в дискуссии.

Критерии оценки контрольной работы:

Для удобства последующего пересчета в баллы рекомендуется контрольную работу оценивать в процентах. Если студент выполнил все практические задания, это составляет 100% и будет соответствовать максимальному баллу, который предусмотрен технологической картой для соответствующего вида контроля. Таким образом, корректное выполнение тестовых заданий оценивается прямо пропорционально.

Контрольная работа оценивается по следующим критериям:

•90-100% - практические задания выполнены в полном объеме, без математических ошибок и есть обоснования шагов решения;

•70-89% - практические задания выполнены в полном объеме, но обоснования решения шагов недостаточны, допущена ошибка или два-три недочета в расчетах;

•60-69% - допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в расчетах по проверяемым практическим заданиям;

•менее 60% - допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями (практическими навыками) по данной теме в полном объеме.

Критерии оценки тестирования:

Для удобства последующего пересчета в баллы рекомендуется тест оценивать в процентах. Если студент выполнил все тестовые задания, это составляет 100% и будет соответствовать максимальному баллу, который предусмотрен технологической картой для соответствующего вида контроля. Таким образом, корректное выполнение тестовых заданий оценивается прямо пропорционально.

- 87-100% выставляется студенту, если он ответил правильно на все варианты тестовой системы; -если он глубоко и точно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывает теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения полученных знаний, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач;

74-86%-если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми знаниями, навыками и приемами их выполнения;

- 61-73% - если он имеет знания только основного материала, но не усвоил формулировок, деталей, допускает неточности, недостаточно правильно формулирует, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ;

- ниже 60% - если студент не ответил или некорректно ответил на 50 и более процентов тестовых заданий; не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно с большими затруднениями выполняет практические работы.

Критерии оценки **конспектов**:

16-20 баллов - Содержательность конспекта соответствует плану; отражена основные положения результатов работы студента, выводов, ясно и лаконично изложены мысли студента; наличие информации и отражение ее в графическом-схематическом формате, оформления соответствует всем требованиям, грамотность изложения на высшем уровне, конспект сдан в срок.

11-15 баллов Содержательность конспекта соответствует плану; отражена основные положения результатов работы студента, выводов, ясно и лаконично изложенаы мысли студента; наличие информации и отражение ее в графическом-схематическом формате, оформления соответствует всем требованиям, грамотность изложения на хорошем уровне, конспект сдан в срок.

6-10 баллов Содержательность конспекта соответствует плану; отражена основные положения результатов работы студента, выводов, ясно и лаконично изложенаы мысли студента; наличие информации и отражение ее в графическом-схематическом формате с исправлениями, оформления соответствует всем требованиям, грамотность изложения на среднем уровне, конспект сдан с опозданием.

Критерии оценки **устного опроса**

16-20 баллов: Ответ на вопрос раскрыт полностью, в представленном ответе обоснованно получен правильный ответ

11-15 балла: Ответ дан полностью, но нет достаточного обоснования или при верном ответе допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений

6-10 балла: Ответы даны частично

0-5 балла: Ответ неверен или отсутствует

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Список использованной литературы

Основная

Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. – М.: Дело, 2010.
Ковалев В.В., Уланов В.А. Курс финансовых вычислений. – М.: Финансы и статистика, 2005.
Мелкумов Я.С. Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям. – М.: ИНФРА-М, 2005.
Кузнецов Б.Т. Финансовая математика. М, Экзамен, 2005.

Дополнительная

Черкасов В.Е. Валютные расчеты: задачи и решения. – М.: Финансы и статистика, 2001.
Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Дело, 1995.
Лукашин Ю.П. Финансовая математика, М, 2004г.

Электронные ресурсы и справочные системы

1. Малыхин В.И. Финансовая математика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Малыхин В.И.— Электрон, текстовые данные. — М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2012.— 236 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/10523.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
2. Капитоненко В.В. Задачи и тесты по финансовой математике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Капитоненко В.В.—Электрон. текстовые данные.— М.: Финансы и статистика, 2011.— 368с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/18802.— ЭБС «IPRbooks»

Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Технические средства обучения:

- плакаты, видеоматериалы;
- персональный компьютер;
- мультимедийный проектор;

Рабочие места аудитории:

- пособия (в электроном и/или печатном вариантах), учебники;
- калькуляторы;
- справочные материалы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема лекции: Введение в финансовую математику

Общая характеристика дисциплины. Необходимость финансово-экономических расчетов в анализе рыночных процессов

Тема лекции: Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам

Значение времени, как основного фактора в финансовых расчетах. Основные сведения о процентах и процентных ставках. Формула наращения по простым процентам. Алгоритм начисления простых процентов. Простые переменные ставки. Реинвестирование по простым процентам. Дисконтирование и учет по простым ставкам

Тема лекции: Сложные проценты

Применение сложных процентов в финансовых расчетах. Формула наращения по сложным процентам. Формула наращения по сложным процентам при переменной ставке. Формула удвоения суммы. Начисление годовых процентов при дробном числе лет. Номинальная и эффективная ставки процентов. Дисконтирование по сложной ставке процентов. Номинальная и эффективная учетные ставки процентов. Непрерывные проценты. Расчет срока ссуды и процентных ставок

Тема лекции: Эквивалентность процентных ставок. Финансовая эквивалентность обязательств

Понятие эквивалентности процентных ставок. Средняя процентная ставка. Принцип финансовой эквивалентности обязательств. Уравнение эквивалентности. Изменение условий контрактов на основе уравнения эквивалентности. Объединение (консолидация) платежей.

Тема лекции: Учет инфляции в финансово-экономических расчетах

Сущность инфляции. Индекс цен и индекс инфляции. Темп инфляции. Индексация ставки процентов. Брутто-ставка процентов. Индексация первоначальной суммы долгового обязательства. Определение индекса инфляции и его влияния на ставки процентов.

Тема лекции: Потоки платежей. Финансовые ренты

Понятия потока платежей и финансовой ренты. Виды рент. Наращенная сумма и современная величина потока платежей. Коэффициенты наращения и приведения ренты. Определение параметров финансовых рент. Определение ставки процентов финансовой ренты приближенными методами. Конверсия рент.

Тема лекции: Кредит, погашение и амортизация долга

Способы погашения долга. Расходы по обслуживанию долга. Определение размеров срочных уплат, плана погашения долга и общих расходов заемщика. Формирование погасительного фонда. Составление плана погашения долга. Погашение долга при потребительском кредите. Погашение ипотечного кредита.

Тема лекции: Анализ инвестиционных процессов

Определение чистого приведенного дохода инвестиционных проектов на основе дисконтирования будущих доходов и расходов. Показатель рентабельности инвестиций и его связь с чистым приведенным доходом. Период окупаемости инвестиций.

Тема лекции: Основные финансовые инструменты

Акции. Облигации. Депозитные сертификаты. Определение их базовых показателей – курса, доходности, расчетной цены. Расчет доходности акций. Определение курса и расчетной цены основных финансовых инструментов.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИЙ

Тема лекции: Введение в финансовую математику

Общая характеристика дисциплины. Необходимость финансово-экономических расчетов в анализе рыночных процессов

Любая финансово-кредитная операция, инвестиционный проект или коммерческое соглашение предполагают наличие ряда условий их выполнения, с которыми согласны участвующие стороны. К таким условиям относятся следующие количественные данные: денежные суммы, временные параметры, процентные ставки и некоторые другие дополнительные величины. Каждая из перечисленных характеристик может быть представлена самым различным образом. Например, платежи могут быть единовременными (разовыми) или в рассрочку, постоянными или переменными во времени. Существует более десятка видов процентных ставок и методов начисления процентов.

Время устанавливается в виде фиксированных сроков платежей, интервалов поступлений доходов, моментов погашения задолженности и т.д. В рамках одной финансовой операции перечисленные показатели образуют некоторую *взаимоувязанную систему,* подчиненную соответствующей логике. В связи со множественностью параметров такой системы конечные конкретные результаты (кроме элементарных ситуаций) часто неочевидны.

Более того, изменение значения даже одной величины в системе в большей или меньшей мере, но обязательно, скажется на результатах соответствующей операции. Отсюда с очевидностью следует, что такие системы могут и должны являться объектом приложения количественного финансового анализа. *Проверенные практикой методы этого анализа и составляют предмет финансовой математики* (ФМ).

Количественный финансовый анализ предназначен для решения разнообразных задач. Эти задачи можно разделить на две большие группы: традиционные или “классические”, и новые, нетрадиционные, постановка и интенсивная разработка которых наблюдается в последние два—три десятилетия. Разумеется, такое деление условно. То, что было новым словом, скажем, еще десять лет назад, часто оказывается рутинным сегодня и должно рассматриваться в ФМ.

Количественный финансовый анализ применяется как в условиях определенности, так и неопределенности. В первом случае предполагается, что данные для анализа заранее известны и фиксированы. Например, при выпуске обычных облигаций однозначно оговариваются все параметры — срок, купонная доходность, порядок выкупа. Анализ заметно усложняется, когда приходится учитывать неопределенность — динамику денежного рынка (уровень процентной ставки, колебания валютного курса и т.д.), поведение контрагента.

Рамки ФМ достаточно широки — от элементарных начислений процентов до относительно сложных расчетов, например, оценки влияния различных факторов на эффективность выпуска облигаций или методов сокращения риска путем диверсификации портфеля финансовых инвестиций и т.д. К основным задачам ФМ относятся:

— измерение конечных финансовых результатов операции (сделки, контракта) для каждой из участвующих сторон;

— разработка планов выполнения финансовых операций, в том числе планов погашения задолженности;

— измерение зависимости конечных результатов операции от основных ее параметров;

— определение допустимых критических значений этих параметров и расчет параметров эквивалентного (безубыточного) изменения первоначальных условий операции.

Разумеется, данный перечень не является исчерпывающим.

Современная практика ставит новые задачи. К числу последних, например, относится оптимизация портфеля активов и, что более интересно, оптимизация по какому-либо критерию портфеля задолженности.

Под финансовой математикой понимаются модели и алгоритмы финансовых расчетов. Базовая финансовая операция – кредитование. Субъекты рынка заключают сделку: кредитор выдает заемщику ссуду с условием, что в установленный срок заемщик вернет кредитору ссуду с наращением (процентами).

Финансовая математика представляет собой совокупность методов определения изменения стоимости денег, происходящего вследствие их возвратного движения в процессе воспроизводства.

Финансовая математика – раздел количественного анализа финансовых операций, **предметом** которого является изучение функциональных зависимостей между параметрами коммерческих сделок или финансово-банковских операций и разработка на их основе методов решения финансовых задач определенного класса.

Объектом изучения финансовой математики является финансовая операция, в которой необходимость использования финансово-экономических вычислений возникает всякий раз, когда в условиях сделки (финансовой операции) прямо или косвенно присутствуют временные параметры: даты, сроки выплат, периодичность поступления денежных средств, отсрочка платежей и т.д. При этом фактор времени зачастую играет более важную роль, чем стоимостные характеристики финансовой операции, поскольку именно он определяет конечный финансовый результат.

Свидетельством важности дальнейшего развития количественного финансового анализа служит тот факт, что несколько последних Нобелевских премий по экономике присуждены за работы именно в этой области знания.

Знание методов, применяемых в ФМ, необходимо при непосредственной работе в любой сфере финансов и кредита, в том числе и на этапе разработки условий контрактов. Нельзя обойтись без них при финансовом проектировании, а также при сравнении и выборе долгосрочных инвестиционных проектов.

Финансовые вычисления являются необходимой составляющей расчетов в долгосрочном личном страховании, например, проектировании и анализе состояния пенсионных фондов (расчет тарифов, оценка способности фондов выполнить свои обязательства перед пенсионерами и т.д.), долгосрочном медицинском страховании.

Область приложения методов количественного анализа финансовых операций последовательно расширяется. Кратко проследим этапы развития. Есть свидетельства того, что на заре цивилизации уже применялось начисление процентов в простых ссудных операциях. В прошлом веке и первой половине нынешнего столетия анализ в основном был нацелен на операции, предполагающие выплаты регулярных последовательностей платежей — финансовых рент. В наше время преобладающим объектом являются потоки платежей. В последнее десятилетие большое внимание уделяется портфелям финансовых инвестиций и задолженности. Очевидно, что во всех случаях переход к новым объектам анализа связан с созданием адекватных методик.

Научно-технический прогресс не мог не затронуть такой важной области экономики, как финансово-кредитные отношения.

Многие новшества здесь прямо или косвенно связаны с компьютеризацией финансово-банковской деятельности.

Возможности компьютеризации и достижения в ряде областей знания (системный анализ, информатика, экспертные системы, статистическое моделирование, линейное и нелинейное программирование и прочее) позволили заметно осовременить как технологию финансово-банковского дела, так и применяемый в количественном финансовом анализе, в том числе ФМ, аналитический аппарат. В связи со сказанным можно указать на заметное усовершенствование методик применительно к традиционным объектам финансового анализа.

Примером может служить разработка системы показателей эффективности производственных инвестиций, внедряемых в практику в последнее десятилетие, создание аналитических характеристик для традиционных финансовых инструментов и их портфелей и др. Возникла возможность по-новому взглянуть на содержание финансово-кредитных операций и предложить клиентам новые виды услуг, выходящие за рамки традиционных. К таким новшествам, в частности, относятся новые инструменты денежно-кредитного рынка — опционы, свопы, соглашения о будущей процентной ставке и т.п. Лизинг в его современном виде также начал применяться не так уж давно. Внедрение указанных новшеств в практику сопровождалось развитием соответствующих методов количественного анализа.

Отметим, что в последнее время созданы новые технологии, совершенствующие саму финансово-кредитную деятельность.

Такие технологии, как правило, содержат в качестве одной из важных составляющих тот или иной метод ФМ. В качестве примера такого новшества нельзя не указать на экспертные системы.

Экспертная система кратко может быть определена как автоматизированная система, способная имитировать мышление специалиста и принимать решение в определенной узкой деятельности человека. Основное отличие экспертной системы от обычной автоматизированной системы обработки информации состоит в наличии развитого логического аппарата в виде набора правил “если ..., то ...”. Правила формулируются и вводятся в систему непосредственно высококлассными экспертами или с помощью самообучения системы путем множественных прогонов на ЭВМ реальных ситуаций.

Тема лекции: Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам

Значение времени, как основного фактора в финансовых расчетах. Основные сведения о процентах и процентных ставках. Формула наращения по простым процентам. Алгоритм начисления простых процентов. Простые переменные ставки. Реинвестирование по простым процентам. Дисконтирование и учет по простым ставкам

Проценты. Под процентными деньгамиили, кратко, процентами (interest), понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой его форме: выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигации и т.д. Какой бы вид или происхождение ни имели проценты, это всегда конкретное проявление такой экономической категории, как ссудный процент. Практика получения процентов за выданные в долг деньги существовала задолго до нашей эры.

Например, в Древней Греции взимали от 10 до 36 % суммы долга в год.

При заключении финансового или кредитного соглашения стороны (кредитор и заемщик) договариваются о размере процентной ставки. Под процентной ставкой (rate o f interest) понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени — отношение дохода (процентных денег) к сумме долга. Процентная ставка — один из важнейших элементов коммерческих, кредитных или инвестиционных контрактов.

Она измеряется в виде десятичной или обыкновенной дроби (в последнем случае она фиксируется в контрактах с точностью до 1/16 или 1/32) или в процентах. При выполнении расчетов процентные ставки обычно измеряются в десятичных дробях.

Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют периодом начисления (running period), его не следует путать со сроком начисления. В качестве такого периода принимают год, полугодие, квартал, месяц или даже день. Чаще всего на практике имеют дело с годовыми ставками. Проценты согласно договоренности между кредитором и заемщиком выплачиваются по мере их начисления или присоединяются к основной сумме долга (капитализация процентов).

Процесс увеличения суммы денег во времени в связи с присоединением процентов называют наращением, или ростом, этой суммы. Возможно определение процентов и при движении во времени в обратном направлении — от будущего к настоящему. В этом случае сумма денег, относящаяся к будущему, уменьшается на величину соответствующего дисконта (скидки). Такой способ называют дисконтированием (сокращением,). Размер процентной ставки зависит от ряда как объективных, так и субъективных факторов, а именно: общего состояния экономики, в том числе денежно-кредитного рынка; кратковременных и долгосрочных ожиданияй его динамики; вида сделки, ее валюты; срока кредита; особенностей заемщика (его надежности) и кредитора, истории их предыдущих отношений и т. д.

В финансовом анализе процентная ставка применяется не только как инструмент наращения суммы долга, но и в более широком смысле — как измеритель степени доходности (эффективности) любой финансовой, кредитной, инвестиционной или коммерческо-хозяйственной деятельности вне зависимости от того, имел место или нет факт непосредственного инвестирования денежных средств и процесс их наращения.

Виды процентных ставок и способы начисления процентов. Существуют различные способы начисления процентов, зависящие от условий контрактов. Соответственно применяют разные виды процентных ставок. Можно выделить ряд признаков, по которым различаются процентные ставки.

Для начисления процентов применяют постоянную базу начисления и последовательно изменяющуюся (за базу принимается сумма, полученная на предыдущем этапе наращения или дисконтирования). В первом случае используют простые, во втором — сложные процентные ставки, при применении которых проценты начисляются на проценты.

Важным является выбор принципа расчетов процентных денег. Существует два таких принципа: от настоящего к будущему и, наоборот, от будущего к настоящему. Соответственно применяют ставки наращения (interest base rate) и дисконтные, или учетные, ставки (discount base rate). В финансовой литературе проценты, полученные по ставке наращения, принято называть декурсивными,по учетной ставке — антисипативными.

Далее декурсивные проценты в большинстве случаев будем называть просто процентами. Пока ограничимся этими сведениями. Подробную характеристику упомянутых ставок отложим до параграфов, в которых обсуждаются конкретные методики их применения в финансовых расчетах.

Процентные ставки могут быть фиксированными (в контракте указываются их размеры) или плавающими (floating). В последнем случае указывается не сама ставка, а изменяющаяся во времени база(базовая ставка) и размер надбавки к ней — маржи. Классическим примером базовой ставки может служить лондонская межбанковская ставка ЛИБОР (LIBOR: London interbank offered rate). Размер маржи определяется рядом условий, в частности финансовым положением заемщика, сроком кредита и т.д. Он может быть постоянным на протяжении срока ссудной операции или переменным.

Важное место в системе процентных ставок занимает ставка рефинансирования Национального Банка КР — ставка, по которой НБ выдает кредит коммерческим банкам.

Добавим, что при последовательном погашении задолженности возможны два способа начисления процентов. Согласно первому процентная ставка (простая или сложная) применяется к фактической сумме долга. По второму способу простые проценты начисляются сразуна всю сумму долга без учета последовательного его погашения. Последний способ применяется в потребительском кредите и в некоторых других (правда, редких) случаях.

В практических расчетах применяют так называемые дискретные проценты, т.е. проценты, начисляемые за фиксированные интервалы времени (год, полугодие и т.д.). Иначе говоря, время рассматривается как дискретная переменная. В некоторых случаях — в доказательствах и аналитических финансовых расчетах, связанных с процессами, которые можно рассматривать как непрерывные, в общих теоретических разработках и значительно реже на практике — возникает необходимость в применении непрерывных процентов (continuous interest), когда наращение или дисконтирование производится непрерывно, за бесконечно малые промежутки времени. В подобных ситуациях применяют специальные непрерывные процентные ставки.

Под наращенной суммой ссуды (долга, депозита, других видов выданных в долг или инвестированных денег) понимают первоначальную ее сумму с начисленными процентами к концу срока начисления (date of maturity, due date).

Наращенная сумма определяется умножением первоначальной суммы долга (principal) на множитель наращения, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной. Расчетная формула зависит от вида применяемой процентной ставки и условий наращения.

К наращению по простым процентам обычно прибегают при выдаче краткосрочных ссуд (на срок до 1 года) или в случаях, когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются. Для записи формулы наращения простых процентов (simple interest) примем обозначения:

I — проценты за весь срок ссуды;

P — первоначальная сумма долга;

S — наращенная сумма, т. е. сумма в конце срока;

i — ставка наращения процентов (десятичная дробь);

n — срок ссуды.

Если срок измеряется в годах (как это обычно и бывает), то i означает годовую процентную ставку. Соответственно каждый год приносит проценты в сумме Pi. Начисленные за весь срок проценты составят I = Pni.

Наращенная сумма, таким образом, находится как

$$S = P + I = P + Pni = P(1+ ni). \quad (1)$$

Выражение (1) называют формулой наращения по простым процентам или кратко — формулой простых процентов, а множитель (1+ni) — множителем наращения простых процентов.

Заметим, что увеличение процентной ставки или срока в к раз одинаковым образом влияет на множитель наращения.

Последний увеличится в (1+ kni)/ (1 + ni) раз.

Практика расчета процентов для краткосрочных ссуд. Поскольку процентная ставка, как правило, устанавливается в расчете за год, то при сроке ссуды менее года необходимо определить, какая часть годового процента уплачивается кредитору.

Аналогичная проблема возникает и в случаях, когда срок ссуды меньше периода начисления.

Рассмотрим наиболее распространенный в практике случай — с годовыми периодами начисления. Очевидно, что срок ссуды необязательно равен целому числу лет. Выразим срок пв виде дроби

$$n = \frac{t}{K} \qquad (2)$$

где t— число дней ссуды, К— число дней в году, или временная база начисления процентов (time basis).

При расчете процентов применяют две временные базы:

К = 360 дней (12 месяцев по 30 дней) или К= 365, 366 дней.

Если К= 360, то получают обыкновенные или коммерческие проценты (ordinary interest), а при использовании действительной продолжительности года (365, 366 дней) рассчитывают точные проценты (exact interest) .

Число дней ссуды также можно измерить приближенно и точно. В первом случае продолжительность ссуды определяется из условия, согласно которому любой месяц принимается равным 30 дням. В свою очередь точное число дней ссуды определяется путем подсчета числа дней между датой выдачи ссуды и датой ее погашения. День выдачи и день погашения считаются за один день.

На практике применяются три варианта расчета простых процентов.

1. Точные проценты с точным числом дней ссуды (обозначается 365/365 или АСТ/АСТ). Применяется центральными банками и крупными коммерческими банками в Великобритании, США, дает самые точные результаты.

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (365/360 или АСТ/360). Этот метод, иногда называемый банковским, распространен в межстрановых ссудных операциях коммерческих банков, во внутристрановых — во Франции, Бельгии, Швейцарии. Дает несколько больший результат, чем применение точных процентов.

3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды (360/360). Такой метод принят в практике коммерческих банков Германии, Швеции, Дании. Применяется тогда, когда не требуется большой точности, например при промежуточных расчетах.

Реинвестирование по простым процентам

Особенностью финансовых вычислений по простым процентам является то, что декурсивная ставка начисляется только с исходной величины ссуды или депозита. В рыночных условиях для повышения заинтересованности своих клиентов и привлечения дополнительных денежных средств банки широко используют реинвестирование.

Реинвестирование заключается в том, что после начисления процентов банки присоединяют сумму к исходной величине и далее вновь начисляют проценты.

Сумма депозита, полученная в конце обозначенного периода вместе с начисленными на нее процентами, может быть вновь инвестирована, хотя, скорее всего, и под другую процентную ставку, и этот процесс реинвестирования иногда повторяется неоднократно в пределах расчетного срока N. Тогда в случае многократного инвестирования в краткосрочные депозиты и применения простой процентной ставки наращенная сумма для всего срока N вычисляется находится по формуле

$$S = P(1+n_1i_1)(1+n_2i_2) \ldots = P\prod_{t=2}^{m}(1+n_ti_t) \quad (3)$$

Где, $n_1, n_2, \ldots, n_m$- продолжительности последовательных периодов реинвестирования,

$$N = \sum_{t=1}^{m} n_t, \quad (4)$$

$i_1, i_2, \ldots, i_m$ - ставки, по которым производится реинвестирование.

Дисконтирование и учет по простым ставкам

В практике часто приходится решать задачу обратную наращению процентов, когда по заданной сумме S, соответствующей концу финансовой операции, требуется найти исходную сумму P.

Дисконтирование — приведение стоимости будущих платежей к значению на текущий момент. Отражает тот экономический факт, что сумма денег имеющаяся в данный момент, имеет большую стоимость, чем равная ей сумма, которая появится в будущем. Процентная ставка, используемая при этих расчетах, называется ставкой дисконтирования.

Величину P, найденную дисконтированием, называют *современной величиной* (текущей стоимостью) суммы S. Проценты в виде разности ***D=S-P*** называются *дисконтом или скидкой.* Процесс начисления и удержания процентов вперед (в виде дисконта) называют *учетом.*

Известны два вида дисконтирования: математическое дисконтирование и банковский (коммерческий) учет.

Математическое дисконтирование. Этот вид дисконтирования представляет собой решение задачи, обратной наращению первоначальной ссуды. Если в прямой задаче S=P(1+ni), то в обратной

$$P = S\frac{1}{1+ni} \qquad (5)$$

Дробь в правой части равенства 1/(1+in) называется *дисконтным множителем*. Этот множитель показывает какую долю составляет первоначальная сумма ссуды в окончательной величине долга. Дисконт суммы S равен D=S-P. (6)

В банковской практике задача дисконтирования возникает при покупке денежных обязательств (например, векселей) ранее срока их оплаты. В случае с векселем эта операция называется учет векселя. Если держатель векселя хочет обменять его на деньги раньше срока оплаты, он обращается в банк с просьбой об учете векселя.

Банковский или коммерческий учет.

Банковский или коммерческий учет применяется при учете векселя.

Суть операции учета: банк до наступления срока платежа по векселю или иному платежному обязательству приобретает его у владельца по цене, которая меньше суммы, указанной на векселе, т.к. покупает (учитывает) его с дисконтом (т.е. со скидкой). Получив при наступлении срока векселя деньги, банк реализует дисконт.

Важно, что при банковском учете проценты за пользование ссудой начисляются не на первоначальную сумму, а на сумму, подлежащую уплате в конце срока ссуды.

Для расчета процентов при учете векселей применяется учетная ставка, которую мы обозначим символом **d**.

Размер дисконта или учета, удерживаемого банком, равен

D=Snd,

откуда

P=S-D=S-Snd=S(1-nd). (7)

По определению, простая годовая учетная ставка находится как

$$d = \frac{S-P}{Sn}. \qquad (8)$$

Множитель (1-nd) называется *дисконтным множителем.* Срок n измеряет период времени от момента учета векселя до даты его погашения в годах. Дисконтирование по учетной ставке производится чаще всего при условии, что год равен 360 дням.

Наращение по учетной ставке. Учетная ставка может использоваться для наращения, т.е. для расчета S по P. В этом случае

$$S = P\frac{1}{1-nd} \qquad (9)$$

Совмещение начисления процентов по ставке наращения и дисконтирования по учетной ставке.

Ставки наращения и дисконтирования применяются для решения сходных задач, только для ставки наращения прямой задачей является определение наращенной суммы, обратной – дисконтирование, а для учетной ставки наоборот, прямая задача заключается в дисконтировании, обратная в наращении.

Ставки	Прямая задача	Обратная задача
I	S=P(1+ni)	P=S/(1+ni)
D	P=S(1-nd)	S=P/(1-nd)

В том случае, когда учету подлежит долговое обязательство, предусматривающее начисление простых процентов на первоначальную сумму долга, необходимо решить две задачи:

1.Определить конечную сумму долга на момент его погашения;

2.Рассчитать сумму, получаемую при учете, путем дисконтирования конечной суммы долга, применяя учетную ставку, действующую в момент учета.

Решение двух этих задач можно записать в виде одной формулы, содержащей наращение по ставке простых процентов, фигурирующей в долговом обязательстве, и дисконтирование по учетной ставке:

$$P_2=P_1(1+n_1i)(1-n_2d),$$

Где:

P_1 - первоначальная сумма ссуды,

P_2 - сумма, получаемая при учете обязательства,

n_1 - общий срок платежного обязательства, в течение которого начисляются проценты,

n_2 - срок от момента учета до погашения долга.

Определение продолжительности ссуды

Иногда задача ставится таким образом, что требуется найти временной интервал, за который исходная сумма при заданной ставке процентов вырастет до нужной величины, или срок, обеспечивающий определенный дисконт с заданной величины.

При использовании простой ставки наращения *i* из получаем

$$n=\frac{S-P}{Pi},$$

а при учетной ставке *d* из имеем

$$n=\frac{S-P}{Sd}. \qquad (10)$$

Формулы дают срок, измеряемый в годах, но простые ставки в основном используются в краткосрочных операциях, когда срок исчисляется днями. В этом случае срок финансовой операции в днях выражается как

$$t=nT, \qquad (11)$$

где T- временная база.

Определение уровня процентной ставки

Уровень процентной ставки может служить мерой доходности операции, критерием сопоставления альтернатив и выбора наиболее выгодных условий. Из вышестоящих формул получаем ставку наращения *i* и учетную ставку *d*

$$i=\frac{S-P}{Pn}=\frac{S-P}{Pt}K, \qquad (12)$$

$$d=\frac{S-P}{Sn}=\frac{S-P}{St}K, \qquad (13)$$

где использовалось соотношение. Напомним, что срок *n* в двух формулах имеет разный смысл: в первом случае это весь срок операции, а во втором - оставшийся срок до погашения.

Тема лекции: Сложные проценты

Применение сложных процентов в финансовых расчетах. Формула наращения по сложным процентам. Формула наращения по сложным процентам при переменной ставке. Формула удвоения суммы. Начисление годовых процентов при дробном числе лет. Номинальная и эффективная ставки процентов. Дисконтирование по сложной ставке процентов. Номинальная и эффективная учетные ставки процентов. Непрерывные проценты. Расчет срока ссуды и процентных ставок

Любой человек в современном мире рано или поздно сталкивается со сложным процентом. Как правило, знакомство со сложными процентами происходит в банке при расчете доходности по вкладу. Поскольку знание этого понятия является фундаментальным для любого инвестора.

В средне - и долгосрочных финансово-кредитных операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, применяют ***сложные проценты (compound interest).*** База для начисления сложных процентов в отличие от простых не остается постоянной — она увеличивается с каждым шагом во времени. Абсолютная сумма начисляемых процентов возрастает, и процесс увеличения суммы долга происходит с ускорением. Наращение по сложным процентам можно представить, как последовательное реинвестирование средств, вложенных под простые проценты на один период начисления (***running period).*** Присоединение начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления, часто называют ***капитализацией процентов.***

Найдем формулу для расчета наращенной суммы при условии, что проценты начисляются и капитализируются один раз в году (годовые проценты). Для этого применяется ***сложная ставка*** наращения. Для записи формулы наращения применим те же обозначения, что и в формуле наращения по простым процентам:

P — первоначальный размер долга (ссуды, кредита, капитала и т.д.),

S — наращенная сумма на конец срока ссуды,

n — срок, число лет наращения,

i — уровень годовой ставки процентов, представленный десятичной дробью.

Очевидно, что в конце первого года проценты равны величине ***Pi,*** а наращенная сумма составит $P + Pi = P(1 + i)$. К концу второго года она достигнет величины $P(1 + i) + P(1 + i)i = P(1 + i)^2$ и т.д. В конце n-го года наращенная сумма будет равна

$$S = P(1+i)^n \qquad (1)$$

Проценты за этот же срок в целом таковы:

$$I = S - P = P[(1 + i]]^n - 1] \quad (2)$$

Как показано выше, рост по сложным процентам представляет собой процесс, соответствующий геометрической прогрессии, первый член которой равен P, а знаменатель — (1 + i). Последний член прогрессии равен наращенной сумме в конце срока ссуды.

Величину $(1 + i)^n$ называют *множителем наращения* (compound interest factor) по сложным процентам. Значения этого множителя для целых чисел n приводятся в таблицах сложных процентов.

Величина множителя наращения зависит от двух параметров — i и n. Следует отметить, что при большом сроке наращения даже небольшое изменение ставки заметно влияет на величину множителя. В свою очередь очень большой срок приводит к устрашающим результатам даже при небольшой процентной ставке.

Формула наращения по сложным процентам (1) получена для годовой процентной ставки и срока, измеряемого в годах. Однако ее можно применять и при других периодах начисления. В этих случаях i означает ставку за один период начисления (месяц, квартал и т.д.), а n — число таких периодов. Например, если i — ставка за полугодие, то n — число полугодий и т.д.

Формулы (1) - (2) предполагают, что проценты на проценты начисляются по той же ставке, что и при начислении на основную сумму долга.

Начисление процентов в смежных календарных периодах. Выше при начислении процентов не принималось во внимание расположение срока начисления процентов относительно календарных периодов. Вместе с тем, часто даты начала и окончания ссуды находятся в двух периодах. Ясно, что начисленные за весь срок проценты не могут быть отнесены только к последнему периоду. В бухгалтерском учете, при налогообложении, наконец, в анализе финансовой деятельности предприятия возникает задача распределения начисленных процентов по периодам.

Общий срок ссуды делится на два периода n_1, и n_2. Соответственно,

$$I = I_1 + I_2,$$

где $I_1 = P[(1 + i)n_1 - 1)]; \; I_2 = P(1 + i)n_1[(1 + i)n_2 - 1] =$

$$= P[(1 + i)^n - (1 + i)n_1].$$

Переменные ставки. Формула (1) предполагает постоянную ставку на протяжении всего срока начисления процентов. Неустойчивость кредитно-денежного рынка заставляет модернизировать "классическую" схему, например, с помощью применения плавающих ставок (floating rate). Естественно, что расчет на перспективу по таким ставкам весьма условен. Иное дело — расчет постфактум. В этом случае, а также тогда, когда изменения размеров ставок фиксируются в контракте, общий множитель наращения определяется как произведение частных, т.е.

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k} \quad (3)$$

Где, $i_1, i_2, \dots, i_k$ — последовательные значения ставок;

$n_1, n_2, \dots, n_k$ — периоды, в течение которых "работают" соответствующие ставки.

Формулы удвоения суммы. В целях оценки своих перспектив кредитору и должнику интересно знать, через сколько лет сумма ссуды возрастет в N раз при данной процентной ставке. Для этого приравняем множитель наращения величине N, в результате получим:

а) для простых процентов тогда,

$$(1 + ni_{прост}) = N,$$

$$n = (N-1)/i_{прост} \quad (4)$$

б) для сложных процентов тогда?

$$(1 + i_{сложн})^n = N,$$

$$n = \ln N / \ln(1 + i_{сложн}), \quad (5)$$

Для случая N = 2 формулы (4) и (5) называются формулами удвоения и принимают следующий вид:

а) для простых процентов

$$n = 1 / i_{прост}, \quad (6)$$

б) для сложных процентов

$$n = \ln 2 / \ln(1 + i_{сложн}), \quad (7)$$

В практических расчетах для быстрой оценки эффективности предлагаемой ставки наращения сложных процентов иногда пользуются приближенным расчетом при удвоении инвестиционной суммы, известным как ***«правило 72»***. Правило заключается в следующем: если i процентная ставка, выраженная в процентах, то *72/i* представляет число периодов, за которое приблизительно исходная сумма удвоится. Это правило дает хорошие результаты для небольших значений *i*. Так, если годовая ставка сложных процентов *i = 12%*, то применение *«правила 72»* дает значение n = 6 лет, а по формуле

$$d = K(S-P)/St \quad (8)$$

n = 6,116 лет, что вполне допустимо для ориентировочных расчетов.

Следует отметить, что в большинстве финансовых расчетов процентная ставка берется в десятичных дробях, а при расчете по «правилу 72» – принимается в процентах.

Существуют и другие правила, с помощью которых можно быстро рассчитать ориентировочный срок удвоения первоначального капитала. В литературе можно встретить «правило 70», «правило 71», «правило 69»

Одинаковое значение ставок простых и сложных процентов приводит к различным результатам, при малых значениях ставки сложных процентов точная и приближенная формулы дают практически одинаковые результаты.

Начисление процентов при дробном числе лет. Часто срок для начисления процентов не является целым числом. В правилах ряда коммерческих банков для некоторых операций в этих случаях проценты начисляются только за целое число лет (или других периодов начисления). В большинстве же случаев учитывается полный срок. При этом применяются два метода. Согласно первому, назовем его общим, расчет ведется непосредственно по формуле (1). Второй, смешанный, метод предполагает начисление процентов за целое число лет по формуле сложных процентов и по формуле простых процентов за дробную часть периода:

$$S = P(1+ i)^{a} (1 +bi), \quad (9)$$

где, $a + b = n$;

a— целое число периодов;

b—дробная часть периода.

Аналогичный метод применяется и в случаях, когда периодом начисления является полугодие, квартал или месяц.

При выборе метода следует иметь в виду, что множитель наращения по смешанному методу оказывается несколько больше, чем по общему методу, так как для n <1 справедливо соотношение $1 + ni > (1 + i)n$. Наибольшая разница наблюдается при $b = 1/2$.

Номинальная и эффективная ставки процентов. В современных условиях проценты капитализируются, как правило, не один, а несколько раз в году — по полугодиям, кварталам и т.д. Некоторые зарубежные коммерческие банки практикуют даже ежедневное начисление процентов. При начислении процентов несколько раз в году можно воспользоваться формулой (1). Параметр n в этих условиях будет означать число периодов начисления, а под ставкой *i* следует понимать ставку за соответствующий период. Например, при поквартальном начислении процентов за 5 лет общее число периодов начисления составит 5 x 4 = 20. Множитель наращения по квартальной (сложной) ставке 8% равен в этом случае 1,08м = 4,6609. На практике, как правило, в контрактах обычно фиксируется не ставка за период начисления, а годовая ставка, одновременно указывается период начисления процентов. Например, “18% годовых с поквартальным начислением” процентов.

Пусть годовая ставка сложных процентов равна j, а число периодов начисления в году m. При каждом начислении проценты капитализируются, т.е. добавляются к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами. Каждый раз проценты начисляют по ставке j/m. Ставка j называется номинальной. Начисление процентов по номинальной ставке проводится по формуле

$$S = P (l + j/m)^{N} \quad (10)$$

где N - число периодов начисления (N=mn, может быть и дробным числом).

При заключении финансовых контрактов каждый участник сделки стремится заключить контракт на наиболее выгодных для себя условиях. Условия контракта могут быть различными, и надо иметь возможность сравнивать контракты. При этом различные контракты могут предусматривать различные виды начисления процентов, и для сравнения таких контрактов необходимо разработать способы приведения различных процентных ставок к одному виду. Для этой цели вводятся понятия: *эквивалентность процентных ставок* и *эффективная процентная ставка*.

Эффективная ставка показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m – разовое наращение в год по ставке j/m. Если проценты капитализируются т раз в год, каждый раз со ставкой j/m, то, по определению, можно записать следующее равенство для соответствующих множителей наращения:

$$(1+i_{эф})^{n} = (1+j/m)^{mn} \quad (11)$$

где $i_{эф}$ — эффективная ставка; j— номинальная ставка. Отсюда получаем, что связь между эффективной и номинальной ставками выражается соотношением

$$i_{эф} = (1+j/ m)^{m} -1 \quad (12)$$

Обратная зависимость имеет вид

$$j= m[(1+ i_{эф})^{1/m}-1] \quad (13)$$

Вычисление эффективной процентной ставки применяется для определения реальной доходности финансовой операции. Эта доходность определяется соответствующей эффективной процентной ставкой.

Дисконтирование по сложной ставке. При изучении простых процентов мы рассматривали математическое дисконтирование и банковский (коммерческий) учет. Первое заключалось в определении P по значению S при заданной ставке процента, второе — при заданной учетной ставке. Применим первый метод и дисконтируем теперь сумму S по сложной ставке процентов. На основе (1) получим

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = Sv^n \quad (14)$$

$$v^n = (1+i)^{-n} = \frac{1}{q^n} \quad (15)$$

(14)

Величину v называют *дисконтным, учетным, или дисконтирующим, множителем* (compound discount factor). Значения этого множителя легко табулировать.

Для случаев, когда проценты начисляются m раз в году, получим

$$P = \frac{S}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}} = Sv^{mn} \ (16)$$

$$v^{mn} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mn} \ (17)$$

Напомним, что величину P, полученную дисконтированием S, называют *современной, текущей, стоимостью, или современной величиной* S. Современная стоимость может быть рассчитана на любой момент до выплаты суммы S.

Разность S — P, в случае, когда P определено дисконтированием, называют дисконтом. Обозначим последний через D:

$$D = S - P = S(1 - v^n) \quad (18)$$

В практике учетных операций иногда применяют сложную учетную ставку (compound discound rate). В этих случаях процесс дисконтирования происходит с замедлением, так как каждый раз учетная ставка применяется не к первоначальной сумме (как при простой учетной ставке), а к сумме, дисконтированной на предыдущем шаге во времени. Дисконтирование по сложной учетной ставке осуществляется по формуле

$$P = S(1 - d)^n \ (19)$$

где d — сложная годовая учетная ставка.

Номинальная и эффективная учетные ставки процентов. Дисконтирование может производиться не один, а т раз в году, т.е. каждый раз учет производится по ставке *f/m* . В этом случае

$$P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{mn} (20)$$

где, f — номинальная годовая учетная ставка.

Эффективная учетная ставка (d) характеризует степень дисконтирования за год. Определим ее на основе равенства дисконтных множителей:

$$(1-d)^n = \left(1-\frac{f}{m}\right)^{mn} (21)$$

откуда,

$$d = 1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m \quad (22)$$

В свою очередь

$$f = m(1 - \sqrt[m]{1 - d}) \quad (23)$$

Эффективная учетная ставка во всех случаях, когда m> 1, меньше номинальной.

Непрерывные проценты. Непрерывные проценты – это термин теоретической экономики, который подразумевает постоянное, систематическое начисление процентов. Если вникать в основы экономической теории, то непрерывные проценты начисляются через промежутки времени, которые стремятся к наиболее малому числу. То есть непрерывные проценты начисляются беспрерывно, но для удобства подсчета предприниматели или экономисты говорят, что начисляется та или иная сумма в секунду, в час или день. Например, доход Билла Гейтса можно назвать доходом в форме непрерывных процентов. Экономисты-теоретики высчитали, что Билл Гейтс – один из самых богатых людей в мире – зарабатывает ежеминутно примерно по 6 600 долларов – именно в такую сумму конвертируются непрерывные проценты от его бизнеса и инвестиций.

Говоря о значении непрерывных процентов, следует в первую очередь отметить, что они являются ключевой формой пассивного дохода. По сути, пассивный доход складывается из двух теоретических составляющих: актива, который работает без вмешательства предпринимателя, и непрерывных процентов, которые он дает от вложенной в него суммы. Например, предприниматель купил квартиру за 10 000 000 сомов и сдает ее по цене 40 000 сомов в месяц – это пассивный доход. В год доход составит 480 000 сомов, от десяти миллионов это 4,8 процента. Получается, предприниматель непрерывно получает 4,8 процента годовых от вложенной суммы, это его годовые проценты.

Второе значение – непрерывные проценты свидетельствуют о стабильной ситуации в развитии той или иной компании. Если бизнес постоянно приносит проценты, значит, он нормально работает. Если поступление процентов приостанавливается, можно судить о возникновении неполадок в работе компании. Если проценты то растут, то падают – это тоже говорит о внутренних проблемах предприятия. Поэтому в теории экономического анализа непрерывные проценты очень важны.

Третье значение, на которое мы обратим внимание – окупаемость вложения. Суммирование непрерывно поступающих процентов в конечном итоге приведет к тому, что вложения в актив или бизнес окупятся на сто процентов, то есть предприниматель получит назад вложенные средства и ему останется только получать прибыль. В теории экономики есть немало призывов к анализу различных факторов экономической жизни (уровня инфляции и так далее) и сравниванию результатов с непрерывными процентами. Может оказаться так, что доход от компании, выраженный в процентах, будет ниже, чем проценты обесценивания денег и тому подобных явлений. Если, допустим, от вклада в банк человек получает пять процентов в год, а инфляция равна восьми процентам, то в конечном итоге вкладчик теряет по три процента от своего капитала. Большинство людей не обращают на это внимания, что является грубейшей экономической ошибкой и причиной многих банкротств. Особенно это важно в периоды экономических перестроек и катаклизмов.

Наращенная сумма при дискретных процентах, как было показано выше, определяется по формуле

$$S = P(1 + j/m)^{mn}, \quad (24)$$

Где j - номинальная ставка процентов,

m - число периодов начисления процентов в году.

Чем больше m, тем меньше промежутки времени между моментами начисления процентов. В пределе при m, μ имеем

$$S = \lim_{m\to\infty} P(1 + j/m)^{mn} = P\lim_{m\to\infty}\left[(1 + j/m)^{m}\right]^{n} = Pe^{jn}. \quad (25)$$

Из курса математики согласно второму замечательному пределу известно, что

$$\lim_{m\to\infty}(1 + j/m)^{m} = \lim_{m\to\infty}\left[(1 + j/m)^{m/j}\right]^{j} = e^{j}.$$

Где e -основание натуральных логарифмов.

Таким образом формула наращенной суммы в случае непрерывного начисления процентов по ставке j, имеет вид

$$S = Pe^{jn}.$$

Для того чтобы отличать ставку непрерывных процентов от ставок дискретных процентов, ставку непрерывных процентов называют *силой роста* и обозначают δ.

$$S = Pe^{\delta n}. \quad (26)$$

Сила роста представляет собой номинальную ставку процентов при $m \to \infty$.

Дисконтирование на основе непрерывных процентных ставок осуществляется по формуле

$$P = Se^{-\delta n}. \quad (27)$$

Определение срока ссуды и величины процентной ставки. При разработке условий финансовых операций часто сталкиваются с необходимостью решения обратных задач — расчета продолжительности ссуды или уровня процентной ставки. Для простых процентов эти задачи рассмотрены в первой теме. Обратимся к операциям со сложными процентными ставками и решим уравнения, связывающие P и S, относительно интересующих нас величин. Ниже приводятся полученные результаты.

Срок платежа. Приведем формулы расчета n для различных условий наращения процентов и дисконтирования. При наращении по сложной годовой ставке i и по номинальной ставке j соответственно получим:

$$n = \frac{\log(\frac{S}{P})}{\log(1+i)}; \quad n = \frac{\log(\frac{S}{P})}{m * \log(1 - \frac{j}{m})} \quad (28)$$

При дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d и по номинальной учетной ставке f

$$n = \log(S/P)/\log(1-d);$$
$$n = (\log(P/S))/(m * \log(1 - f/m)) \quad (29)$$

Тема лекции: Эквивалентность процентных ставок. Финансовая эквивалентность обязательств

Понятие эквивалентности процентных ставок. Средняя процентная ставка. Принцип финансовой эквивалентности обязательств. Уравнение эквивалентности. Изменение условий контрактов на основе уравнения эквивалентности. Объединение (консолидация) платежей.

В практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например, с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т.п. В таких ситуациях неизбежно возникает вопрос о принципе, на котором должно базироваться изменение контракта. Таким общепринятым принципом является *финансовая эквивалентность обязательств,* которая предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи "приведены" к одному моменту времени (focal date), оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращения суммы платежа (если эта дата относится к будущему). Если при изменении условий принцип финансовой эквивалентности не соблюдается, то одна из участвующих сторон терпит ущерб, размер которого можно заранее определить. По существу, принцип эквивалентности следует из формул наращения и дисконтирования, связывающих величины P и S.

Сумма P эквивалентна S при принятой процентной ставке и методе ее начисления. Две суммы денег S_1 и S_2, выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные (или наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы. Замена S_1 на S_2 в этих условиях формально не изменяет отношения сторон.

Сравнение платежей предполагает использование некоторой процентной ставки, и, следовательно, результат зависит от выбора ее величины. Однако, что практически весьма важно, такая зависимость не столь жестка, как это может показаться на первый взгляд. Допустим, что сравниваются два платежа S_1 и S_2 со сроками n_1 и n_2, измеряемыми от одного момента времени, причем $S_1 < S_2$ и $n_1 < n_2$. Их современные стоимости P_1 и P_2 в зависимости от размера процентной ставки.

С ростом i величина P уменьшается, причем при $i = i_0$ наблюдается равенство $P_1 = P_2$.

Для любой ставки $i < i_0$ $P_1 < P_2$. В свою очередь, при $i > i_0$ $P_1 > P_2$. Таким образом, результат сравнения зависит от *критического (барьерного) размера ставки,* равного i_0. Определим величину этой ставки. На основе равенства современных стоимостей сравниваемых платежей

$$\frac{S_1}{1+n_1 i_0} = \frac{S_2}{1+n_2 i_0}$$

Находим

$$i_0 = \frac{1-\frac{S_1}{S_2}}{\frac{S_1}{S_2}n_2 - n_1} \qquad (1)$$

Из формулы (1) следует, что чем больше различие в сроках, тем больше величина i_0 при всех прочих равных условиях. Рост отношения S_1/S_2оказывает противоположное влияние.

Если дисконтирование производится по сложной ставке, то критическую ставку найдем из равенства

$$S_1(1+i_0)^{-n_1} = S_2(1+i_0)^{-n_2}$$

Получим:

$$i_0 = \sqrt[n_2-n_1]{\frac{S_2}{S_1}} - 1 \quad (2)$$

При любой ставке, которая меньше критической, современная стоимость первого варианта больше второго.

Консолидирование задолженности

Как уже было сказано выше, принцип эквивалентности применяется при различных изменениях условий выплат денежных сумм.

Общий метод решения подобного рода задач заключается в разработке так называемого *уравнения эквивалентности* (equation of value), в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к какому-либо моменту времени, приравнивается к сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате. Для краткосрочных обязательств приведение осуществляется обычно на основе простых ставок, для средне- и долгосрочных —

с помощью сложных ставок. Заметим, что в простых случаях часто можно обойтись без специальной разработки и решения уравнения эквивалентности.

Одним из распространенных случаев изменения условия является *консолидация* (объединение) платежей. Пусть платежи S_1, S_2,...,S_m со сроками n_1, n_2,...,n_m заменяются одним в сумме S_0 и сроком n_0. В этом случае возможны две постановки задачи: если задается срок n_0, то находится сумма S_0, и наоборот, если задана сумма консолидированного платежа S_0, то определяется срок n_0. Рассмотрим обе постановки задачи.

Определение суммы консолидированного платежа. При решении этой задачи уравнение эквивалентности имеет простой вид. В общем случае, когда $n_1 < n_2 < ... < n_m$, причем $n_1 < n_0 < n_m$, искомую величину находим как сумму наращенных и дисконтированных платежей. При применении простых процентных ставок получим:

$$S_0 = \sum_j s_j\left(1 + t_j i\right) + \sum_k s_k(1 + t_k i)^{-1} \qquad (3)$$

где S_j — размеры объединяемых патежей со сроками $n_i < n_0$;

S_k — размеры платежей со сроками $n_k > n_0$;

$t_j = n_0 - n_j$, $t_k = n_k - n_0$.

В частном случае, когда $n_0 > n_m$,

$$S_0 = \sum_j s_j\left(1 + t_j i\right) \qquad (4)$$

При объединении обязательств можно применить и учетные ставки. В этом случае при условии, что все сроки выплат пролонгируются, т.е. $n_0 > n_j$, находим сумму наращенных по учетной ставке платежей:

$$S_0 = \sum_j s_j\left(1 - t_j d\right)^{-1} \qquad (5)$$

В общем случае имеем

$$S_0 = \sum_j s_j\left(1 - t_j d\right)^{-1} + \sum_k s_k(1 - t_k d) \qquad (5)$$

Здесь t_j, t_k имеют тот же смысл, что и выше.

Определение срока консолидированного платежа. Если при объединении платежей задана величина консолидированного платежа S_0, то возникает проблема определения его срока n_0. В этом случае уравнение эквивалентности удобно представить в виде равенства современных стоимостей соответствующих платежей.

При применении простой ставки — это равенство имеет вид:

$$S_0(1 + n_0 i)^{-1_1} = \sum_j S_j(1 + n_j i)^{-1} \quad (6)$$

Отсюда

$$n_0 = \frac{1}{i}\left(\frac{S_0}{\sum \quad S_j(1+n_j i)^{-1}}\right) \quad (7)$$

Очевидно, что решение может быть получено при условии, что

$$s_0 > \sum \quad S_j(1 + n_j i)^{-1},$$

иначе говоря, размер заменяющего платежа должен быть больше суммы современных стоимостей заменяемых платежей. Заметим также, что искомый срок пропорционален величине консолидированного платежа.

Перейдем к консолидации платежей на основе сложных процентных ставок. Уравнение эквивалентности запишем следующим образом:

$$S_0(1+i)^{-n_{01}} = \sum_j S_j(1+i)^{-n_j} \quad (8)$$

Для упрощения дальнейшей записи примем

$$Q = \sum S_j(1+i)^{-n_j} \quad (9)$$

После чего находим

$$n_0 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{Q}\right)}{\ln(1+i)} \quad (10)$$

Как видим, решение существует, если соблюдено условие $S_0 > Q$. Для частного случая, когда $S_0 = \sum s_J$, при определении срока консолидирующего платежа вместо формулы (10) иногда применяют средний взвешенный срок:

$$n_0 = \frac{\sum s_j n_j}{S_0} \quad (11)$$

Привлекательность этой формулы, помимо ее простоты, состоит в том, что она не требует задания уровня процентной ставки. Однако надо помнить, что она дает приближенный результат, который больше точного. Чем выше ставка i, тем больше погрешность решения по формуле (11).

Общая постановка задачи изменения условий выплаты платежей

Обсудим теперь более общие случаи изменения условий выплат, предусматриваемых в контрактах, для которых решение нельзя получить простым суммированием приведенных на некоторую дату платежей. Разумеется, и в таких случаях решение основывается на принципе эквивалентности платежей до и после изменения условий. Метод решения заключается в разработке упоминавшегося выше уравнения эквивалентности. Если приведение платежей осуществляется на некоторую начальную дату, то получим следующие уравнения эквивалентности в общем виде:

при использовании простых процентов

$$\sum_j S_j\left(1+n_j i\right) = \sum_k S_k(1+n_k i) \quad (12)$$

при использовании сложных процентов

$$\sum_j S_j v^{n_j} = \sum_k S_k v^{n_k} \quad (13)$$

Здесь S_j и n_j - параметры заменяемых платежей, S_k и n_k — параметры заменяющих платежей.

Конкретный вид уравнения определяется содержанием контрактов, поэтому методику разработки уравнений эквивалентности удобнее показать на примерах. Для этого рассмотрим три примера. В двух первых для дисконтирования применяются простые ставки, в последнем — сложные.

Эквивалентность процентных ставок

Понятие эквивалентности использовалось выше применительно к платежам. Теперь распространим его на процентные ставки. Как было показано ранее, для процедур наращения и дисконтирования могут применяться различные виды процентных ставок. Определим теперь те их значения, которые в конкретных условиях приводят к одинаковым финансовым результатам. Иначе говоря, замена одного вида ставки на другой при соблюдении принципа эквивалентности не изменяет отношения сторон в рамках одной операции. Для участвующих в сделке сторон в общем безразлично, какой вид ставки фигурирует в контракте. Такие ставки назовем *эквивалентными.*

Проблема эквивалентности ставок уже затрагивалась при определении эффективной ставки процента. Там было показано, что годовая эффективная ставка i эквивалентна номинальной ставке j при начислении процентов m раз в году. Рассмотрим теперь проблему эквивалентности ставок более полно и систематизировано. Сперва соотношения эквивалентности простых ставок, затем простых и сложных, далее эквивалентность различного вида сложных ставок, наконец, некоторые соотношения эквивалентности дискретных и непрерывных ставок.

Формулы эквивалентности ставок во всех случаях получим исходя из равенства взятых попарно множителей наращения. Приведем лишь один пример. Определим соотношение эквивалентности между простой и сложной ставками наращения. Для этого приравняем друг к другу соответствующие множители наращения:

$$(1 + ni_s) = (1 + i)^n,$$

где i_s и i — ставки простых и сложных процентов.

Приведенное равенство предполагает, что начальные и наращенные суммы при применении двух видов ставок идентичны. Решение дает следующие отношения эквивалентности ставок:

$$i = \frac{(1+i)^n}{n} - 1 \quad (14) \qquad i = \sqrt[n]{1 + ni_s} - 1 \quad (15)$$

Аналогичным образом определим и другие, приведенные ниже соотношения эквивалентности ставок.

Эквивалентность простых процентных ставок. При выводе искомых соотношений между ставкой наращения и учетной ставкой следует иметь в виду, что при их применении используются временные базы K = 360 или K = 365 дней. Если временные базы одинаковы, то из равенства соответствующих множителей наращения следует:

$$i_s = \frac{d}{1-nd} \quad (16) \qquad d = \frac{i_s}{1-ni_s} \quad (17)$$

где: n — срок в годах;

i_s — ставка наращения;

d — учетная ставка.

Эквивалентность простых и сложных ставок. Рассмотрим соотношения эквивалентности простых ставок i_s и d, с одной стороны, и сложных ставок i и j — с другой. Сложную учетную ставку здесь не будем принимать во внимание. Попарно приравняв соответствующие множители наращения, получим набор искомых соотношений.

Эквивалентность i_s *и* j:

$$i_s = \frac{(1+\frac{j}{m})^{mn}-1}{n} \quad (18) \qquad j = m(\sqrt[mn]{1 + ni_s} - 1 \quad (19)$$

Эквивалентность d *и* i:

$$d = \frac{1-(1+i)^n}{n} \quad (20); \quad i = \sqrt[n]{1 - nd} - 1 \quad (21)$$

Эквивалентность d *и* j:

$$d = \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}}{n} \quad (22) \qquad j = m(\sqrt[mn]{1 - nd} - 1) \quad (23)$$

Тема лекции: Учет инфляции в финансово-экономических расчетах

Сущность инфляции. Индекс цен и индекс инфляции. Темп инфляции. Индексация ставки процентов. Брутто-ставка процентов. Индексация первоначальной суммы долгового обязательства. Определение индекса инфляции и его влияния на ставки процентов.

Инфляция — это переполнение каналов денежного обращения избыточной денежной массой, проявляемое в росте товарных цен.

Инфляция - это экономическое явление, которое возникает вследствие целого комплекса как политических, так и социально-экономических событий. Уровень инфляции выступает обобщающим показателем финансово- экономического положения страны. Инфляция - устойчивый рост среднего уровня цен на товары и услуги в экономике. Инфляция - многомерное и многоаспектное явление, которое можно классифицировать на основе различных критериев. Внешним проявлением инфляции является повышение общего уровня цен, т. е. совокупный рост цен на товары и услуги в течение длительного времени. Соответственно на денежную единицу приходится меньше товаров, т. е. деньги обесцениваются.

Если наблюдается общее снижение цен, то происходит дефляция.

Дефляция — это снижение общего уровня цен.

Темпы инфляции определяются с помощью индекса - относительного показателя, характеризующего среднее изменение уровня цен некоторого фиксированного набора товаров и услуг за данный период времени.

Индекс инфляции показывает во сколько раз выросли цены (J), а уровень инфляции показывает, насколько процентов возросли цены (t), т.е. по своей сути это соответственно темп роста и темп прироста:

$$Jt = 1 + T \quad (1)$$

Для оценки уровня инфляции используется система индексов цен.

Индекс потребительских цен (ИПЦ) - это показатель международной статистики, регулярно использующийся практически во всех странах мира (CPI - Consumer Price Index), который характеризует динамику затрат на постоянный набор товаров и услуг за счёт ценностного фактора.

Индекс потребительских цен даёт достаточно обобщённую характеристику инфляции, так как потребление является завершающим этапом в создании валового продукта, и здесь находят своё отражение все предыдущие стадии производства.

Расчёт ИПЦ осуществляется за каждый месяц и нарастающим итогом с начала года (к декабрю прошлого года).

Отечественные исследователи часто расценивают уровень инфляции как темп прироста потребительских цен:

т = ИПЦ - 100 (%).

В зависимости от уровня инфляции в год выделяют:

- нормальную (ползучую) - от 3% до 10%;
- галопирующую - от 10% до 100%;
- гиперинфляцию - свыше 50% в месяц.

Ещё одним важным показателем международной статистики, оценивающим инфляцию, является дефлятор валового внутреннего продукта, который характеризует изменение стоимостного объёма ВВП за счёт его ценностного фактора. Дефлятор ВВП также даёт обобщённую характеристику инфляции, поскольку характеризует движение цен на потребительском рынке, а также на рынке инвестиционных товаров и услуг.

Для характеристики инфляции могут применяться и другие показатели: размер эмиссий, сокращение товарных запасов и т. п.

Владельцы денег не могут мириться с их обесцениванием в результате инфляции и предпринимают различные попытки компенсации потерь от снижения их покупательной способности.

Наиболее распространенным методом является индексация ставки процентов, по которой производится наращение, поскольку:

- если уровень инфляции равен ставке начисляемых процентов (τ = i), то реального роста денежных сумм не будет, т.к. наращение будет полностью поглощаться инфляцией;

- если уровень инфляции выше уровня процентной ставки (τ > i),то происходит "проедание" капитала, и реальная наращенная сумма будет меньше первоначальной денежной суммы;
- если уровень инфляции ниже процентной ставки (τ < i), то это будет соответствовать росту реальной денежной суммы.

Учет инфляции осуществляется с использованием индекса цен и индекса покупательской способности, которые являются взаимообратными величинами:

$$I_n=1/I_p \quad (2)$$

I_p – индекс цен

I_n – индекс покупательской способности

Соответственно наращенная сумма с учетом простых процентов и инфляции (C):

$$C=S/\ I_p=S*In \quad (3)$$

$I_p=(1+h)$ – индекс цен при темпе инфляции h

Таким образом, *реальное* наращение с учетом инфляции согласно (1) составит:

$$C=\frac{S_0*(1+n*q)}{Ip} \quad (4), \text{где}$$

$Ip=\prod_{i=1}^{h}(1+h_i)^t$ (5) – индекс цен в общем случае при разных темпах инфляции в период *t*

h_t = const = h

$$I_p=(1+h)^n \ (6)$$

Из условия отсутствия наращения согласно формуле (4) благодаря взаимному уравновешиванию процентной ставки и инфляции, получим минимальную необходимую ставку простых процентов из следующего уравнения:

$$1+n*q=I_p \ (7)$$

$$q \geq (I_p-1)/n \ (8)$$

Существует понятие инфляционной премии и брутто-ставки, скорректированной с учетом инфляции. Используя условие (4) получим:

$$\frac{1+n*r}{Ip}=1+n*q \quad (9)$$

r– брутто-ставка

$$r=\frac{(1+q*n)*Ip-1}{n} \qquad (10)$$

Она компенсирует инфляцию и обеспечивает рост, эквивалентный ставке q . Для случая сложных процентов учет инфляции проводится следующим образом: аналогично выражению (4) для сложных процентов получим значение реальной суммы наращения по сложным процентам:

S_o – без учета инфляции

C – с учетом

$$C=\frac{S_0\,(1+q)^h}{Ip} \qquad (11)$$

$C = S_o$ – условие отсутствия наращения выполняется при $q=h$, то есть когда темп роста инфляции равен процентной ставке.

Чтобы найти брутто-ставку используем условие:

$$\frac{1+r}{1+Ji}=1+q \quad (12)$$

r=q+h+q*h

(h+q*h) – инфляционная премия, обеспечивающая наращение, эквивалентное ставке q.

Тот же результат можно получить путем индексации первоначальной суммы с учетом индекса цен следующим образом:

$$S=S_0*Ip*(1+q)^n \qquad (13)$$

Определение реальной ставки процентов в условиях инфляции

Требуется найти фактическую ставку q, если известен темп инфляции и соответствующий индекс цен: h *и* I_p. А также используется конкретная брутто-ставка r. Используя условия наличия наращения соответственно для простых и сложных процентов получим реальную ставку *простых процентов:*

$$q = \frac{1}{n}\left(\frac{1+nr}{Ip} - 1\right) \quad (14)$$

для сложных процентов:

$$q = \left(\frac{1+r}{1+h} - 1\right) = \left(\frac{r-h}{1+h}\right) \quad (15)$$

Таким образом, можно определить реальную ставку процентов, которая обеспечит отсутствие потерь кредиторам.

Изложенные выше задачи сводятся к решению *вопросов эквивалентности* процентных ставок, обязательств и других условий финансовых операций.

Тема лекции: Потоки платежей. Финансовые ренты

Понятия потока платежей и финансовой ренты. Виды рент. Наращенная сумма и современная величина потока платежей. Коэффициенты наращения и приведения ренты. Определение параметров финансовых рент. Определение ставки процентов финансовой ренты приближенными методами. Конверсия рент.

Современные финансово-банковские операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени. Например, погашение задолженности в рассрочку, периодическое поступление доходов от инвестиций, выплата пенсий и т. д. Такие последовательности, или ряды, платежей назовем *потоком платежей. Заметим,* что в западной финансовой литературе в аналогичном смысле применяется термин "cash flows" (буквально — потоки наличности). Отдельный элемент этого ряда назовем *членом потока.* Введение понятия "поток платежей" в практику финансового количественного анализа, что произошло сравнительно недавно, заметно расширило рамки и возможности последнего.

Классификация потоков. Потоки платежей могут быть регулярными и нерегулярными. В нерегулярном потоке платежей членами являются как положительные (поступления), так и отрицательные величины (выплаты), а соответствующие платежи могут производиться через разные интервалы времени.

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют *финансовой рентой,* или просто *рентой,* а иногда *аннуитетом* (annuity) независимо от назначения или происхождения платежей. Например, рентой являются последовательность получения процентов по облигации, платежи по потребительскому кредиту, выплаты в рассрочку страховых премий и т. д. Как видим, во всех приведенных случаях выплаты или получения денег производятся через равные промежутки времени. Использование в финансово-банковской операции условий, предполагающих выплаты в виде финансовой ренты, существенно упрощает количественный их анализ, дает возможность применять стандартные формулы и таблицы значений ряда необходимых для расчетов коэффициентов и быстро выполнять расчеты на калькуляторах.

Виды рент.

Рента характеризуется следующими параметрами: *член ренты* (rent) — размер отдельного платежа, *период ренты* (rent period, payment period) — временной интервал между двумя последовательными платежами, *срок ренты* (term) — время от начала первого периода ренты до конца последнего периода, *процентная ставка.* Размер ставки не всегда прямо оговаривается в условиях финансовой ренты, вместе с тем этот параметр крайне необходим для ее анализа.

При характеристике отдельных видов рент необходимы дополнительные условия и параметры: число платежей в году, способ и частота начислений процентов.

В практике применяют разные по своим условиям ренты. В основу их классификации могут быть положены различные признаки. Рассмотрим некоторые из таких классификаций.

По количеству выплат членов ренты на протяжении года ренты делятся на *годовые* (выплата раз в году) и *p-срочные (p* — количество выплат в году). В анализе производственных инвестиционных процессов иногда применяют ренты с периодами, превышающими год. Перечисленные виды рент называют *дискретными.* В финансовой практике встречаются и с такими последовательностями платежей, которые производятся столь часто, что их практически можно рассматривать как *непрерывные.*

По количеству начислений процентов на протяжении года различают: ренты с ежегодным начислением, с начислением *m* раз в году, с непрерывным начислением. Моменты начисления процентов необязательно совпадают с моментами выплат членов ренты. Однако, как будет показано, расчеты заметно упрощаются, если два указанных момента совпадают.

По величине своих членов ренты делятся на *постоянные* (с одинаковыми платежами) и *переменные.* Члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например, арифметической или геометрической прогрессии, либо несистематично (задаются таблицей).

По вероятности выплат ренты делятся на *верные* (annuity certain) и *условные* (contingent annuity). Верные ренты подлежат безусловной уплате, например, при погашении кредита. Число членов такой ренты заранее известно. В свою очередь выплата условной ренты ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестно. К такого рода рентам относятся *страховые аннуитеты* — различные последовательные платежи в имущественном и личном страховании. Типичным примером страхового аннуитета является пожизненная выплата пенсии.

По количеству членов различают ренты с конечным числом членов, т. е. *ограниченные по срокам* ренты (их срок заранее оговорен), и *бесконечные,* или *вечные,* ренты (perpetuity). С вечной рентой встречаются на практике в ряде долгосрочных операций, когда предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными датами. В качестве вечной ренты логично рассматривать и выплаты процентов по облигационным займам с неограниченными сроками.

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения), ренты делятся на *немедленные* и *отложенные,* или *отсроченные* (deffered annuity).

Очень важным является различие рент по моменту выплат платежей в пределах периода. Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют *обыкновенными, или постнумерандо* (ordinary annuity), если же платежи производятся в начале периодов, то их называют *пренумерандо* (annuity due). Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег в середине периодов.

Приведем пример. Контракт предусматривает периодическое погашение задолженности выплатой в конце каждого полугодия одинаковых погасительных платежей на протяжении фиксированного числа лет. Таким образом, предусматривается постоянная, полугодовая, верная, ограниченная рента постнумерандо. Если первая выплата в счет погашения основной суммы долга производится спустя, скажем, два года после подписания контракта (льготный период), то эта рента является отложенной относительно даты заключения договора.

Наращенная сумма и современная величина потока платежей

В подавляющем числе практических случаев анализ потока платежей предполагает расчет одной из двух обобщающих характеристик: наращенной суммы или современной стоимости. *Наращенная сумма* (amount of cash flows) — сумма всех членов потока платежей с начисленными на них к концу срока процентами. Под *современной стоимостью потока платежей* (present value of cash flows) понимают сумму всех его членов, дисконтированных на начало срока ренты или некоторый упреждающий момент времени. Конкретный смысл этих характеристик определяется содержанием его членов или их происхождением. Наращенная сумма может представлять собой общую сумму накопленной задолженности к концу срока, итоговый объем инвестиций, накопленный денежный резерв и т. д. В свою очередь современная стоимость характеризует приведенные к началу осуществления проекта инвестиционные затраты, суммарный капитализированный доход или чистую приведенную прибыль от реализации проекта и т. п.

Обобщающие поток платежей характеристики, особенно его современная стоимость, широко применяются в различных финансовых расчетах. Так, без них, например, невозможно разработать план последовательного погашения задолженности, измерить финансовую эффективность проекта, осуществить сравнение или безубыточное изменение условий контрактов, решить многие другие практические задачи. В связи со сказанным основное внимание в данной главе уделено методам расчета наращенных сумм и современных стоимостей постоянных финансовых рент. Однако до этого необходимо обсудить более общие подходы, применяемые при определении названных параметров при анализе нерегулярных потоков платежей.

Прямой метод расчета наращенной суммы и современной стоимости потока платежей. Рассмотрим общую постановку задачи. Допустим, имеется ряд платежей R_t, выплачиваемых спустя время n_t после некоторого начального момента времени, общий срок выплат n лет. Необходимо определить наращенную на конец срока сумму потока платежей. Если проценты начисляются раз в году по сложной ставке i, то, обозначив искомую величину через S, получим по определению:

$$S = \sum_t R_t (1+i)^{n-n_t} \quad (1)$$

Как видим, наращенную сумму в заданных условиях получают методом прямого счета. Современную стоимость такого потока находим прямым счетом — как сумму дисконтированных платежей. Обозначив эту величину как A, получим:

$$A = \sum_t R_t v^{n_t} \quad (2)$$

где — v^{n_t} дисконтный множитель по ставке i.

Современная стоимость потока платежей представляет собой его обобщающую оценку, приуроченную к некоторому предшествующему моменту времени (у немедленной ренты — к началу срока). Наращенная сумма — это тоже не что иное, как представление всех членов потока в виде одного числа, однако приурочена эта оценка к концу срока. Нетрудно обнаружить, что между величинами A и S существует функциональная зависимость. В самом деле, дисконтировав сумму S с помощью дисконтного множителя v^n, получим:

$$Sv^n = \sum_t R_t (1+i)^{n-n_1} v^n = \sum_t R_t v^{n_t} = A \quad (3)$$

Соответственно, наращивая сумму A по ставке i, получим:

$$A(1+i)^n = S \quad (4)$$

Наращенная сумма постоянной ренты постнумерандо

Методом прямого счета можно найти наращенную сумму и современную стоимость любого потока платежей, в том числе и постоянной ренты. Однако удобнее, особенно в аналитических целях, воспользоваться более компактными формулами. Поскольку обобщающие характеристики постоянных рент играют существенную роль в анализе финансовых операций, получим эти формулы для всех видов постоянных рент, хотя для понимания существа дела достаточно разобраться с расчетом соответствующих характеристик годовой ренты.

Коэффициенты наращения и приведения ренты.

Начнем с наиболее простого случая — годовой ренты постнумерандо. Пусть в течение n лет в банк в конце каждого года вносится по R сом На взносы начисляются сложные проценты по ставке i% годовых. Таким образом, имеется рента, член которой равен R, а срок n. Все члены ренты, кроме последнего, приносят проценты — на первый член проценты начисляются n — 1 год, на второй n — 2 и т. д. На последний взнос проценты не начисляются (напомним, что рента постнумерандо). Наращенные к концу срока каждого взноса суммы составят:

$$R\,(1+i)^{n-1},\ R(1+i)^{n-2},\ldots,\ R(1+i),\ R.$$

Перепишем этот ряд в обратном порядке. Нетрудно убедиться в том, что он представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $(1 + i)$ и первым членом R. Число членов прогрессии равно n. Искомая величина очевидно равна сумме членов этой прогрессии. Отсюда

$$S = R\,\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1} = R\,\frac{(1+i)^n-1}{i} \qquad (5)$$

Обозначим множитель, на который умножается R, через $s_{n;j}$; индекс $n;j$ указывает на продолжительность ренты и величину процентной ставки. В дальнейшем этот множитель будем называть *коэффициентом наращения ренты.* Этот коэффициент представляет собой наращенную сумму ренты, член которой равен 1.

$$S_{n;j} = \sum_{t=0}^{n=1}(1+i)^t = \frac{(1+i)^n-1}{i} \qquad (6)$$

Таким образом,

$$S = Rs_{n;j}.\ (7)$$

Как видим, коэффициент наращения ренты зависит только от срока (числа членов ренты) и процентной ставки. С увеличением каждого из этих параметров его величина увеличивается. При $i = 0$ $S = R_n$, при $n = 1$ $S = R$. Значения коэффициента легко табулировать.

Годовая рента, начисление процентов *m* раз в году. Пусть, как и выше, анализируется годовая рента постнумерандо. Однако проценты начисляются m раз в году. Члены ренты с начисленными к концу срока процентами образуют ряд (перепишем его в обратном порядке):

$R,\ R(1+j/m)^m,\ R(1+j/m)^{2m},\ldots,\ R(1+j/m)^{(n-1)m}$,

где j — номинальная ставка процентов.

Нетрудно убедиться, что и в этом случае мы имеем дело с возрастающей геометрической прогрессией. Первый член прогрессии равен R, знаменатель — $(1 + j/m)^m$. Сумма членов этой прогрессии равна

$$S = R\,\frac{(1+j/m)^{mn}-1}{(1+j/m)^m-1} = RS_{nm,j/m} \quad (8)$$

Рента *p*-срочная (*m* = 1). Пусть рента выплачивается p раз в году равными суммами, процент начисляется один раз в конце года. Если годовая сумма платежей равна R, то каждый раз выплачивается R/p. Общее число членов ренты равно np. Ряд членов ренты с начисленными процентами представляет собой геометрическую прогрессию. Первый член ее равен R/p, знаменатель — $(1 + i)^{1/p}$. Сумма членов этой прогрессии:

$$S = \frac{R}{p}\,\frac{(1+i)^{(\frac{1}{p})np}-1}{(1+i)^{1/p}-1} = R\,\frac{(1+i)^n-1}{p[(1+i)^{1/p}-1]} = RS_{n;j}^{(p)} \qquad (9)$$

Рента *p*-срочная (*p* = *m*). На практике часто встречаются случаи, когда число выплат в году равно числу начислений процентов, т. е. когда $p = m$. Для получения необходимой формулы воспользуемся формулой (4), в которой i заменяется на j/m, а вместо числа лет берется число периодов выплат ренты *np*, член ренты равен *R/p*. Поскольку $p = m$, то в итоге получим:

$$S = \frac{R}{m}\frac{(1+j/m)^{mn}-1}{j/m} = R\frac{(1+j/m)^{mn}-1}{j} \quad (10)$$

Рента *p*-срочная (*p*<>*m*). Определим теперь наращенную сумму для наиболее общего случая — *p*-срочная рента с начислением процентов *m* раз в году. Общее количество членов ренты равно *np,* величина члена ренты *R/p*. Члены ренты с начисленными процентами образуют ряд, следующий геометрической прогрессии, с первым членом *R/p* и знаменателем $(1+ j/m)^{m/p}$. Сумма членов такой прогрессии составит:

$$S = \frac{R}{p}\frac{(1+i)^{(\frac{m}{p})np}-1}{(1+j/m)^{m/p}-1} = R\frac{(1+j/m)^{nm}-1}{p[(1+j/m)^{m/p}-1]} \quad (11)$$

Годовая рента. Напомним, что под современной стоимостью потока платежей понимают сумму дисконтированных членов этого потока на некоторый предшествующий момент времени. Вместо терминов "современная стоимость" и "современная величина" потока платежей в зависимости от контекста употребляют термины *капитализированная стоимость* и *приведенная величина.* Как было показано выше, современная стоимость потока платежей эквивалентна в финансовом смысле всем платежам, которые охватывает поток. В связи с этим данный показатель находит широкое применение в разнообразных финансовых расчетах (планирование погашения долгосрочных займов, реструктурирование долга, оценка и сравнение эффективности производственных инвестиций и т. д.). В общем виде метод определения современной величины потока платежей (метод прямого счета) рассмотрен в под теме 1. Здесь же объектом анализа является постоянная финансовая рента.

Методы расчета современных стоимостей финансовых рент обсудим в том же порядке, что и методы наращения рент, и почти столь же детально. Начнем с самого простого случая — годовой ренты постнумерандо, член которой равен *R*, срок ренты *n*; ежегодное дисконтирование. Рента немедленная. В этих условиях дисконтированная величина первого платежа равна Rv, второго — Rv^2, последнего — Rv^n. Как видим, эти величины образуют ряд, следующий геометрической прогрессии, с первым членом Rv и знаменателем v. Обозначим сумму членов этой прогрессии как *A*. Найдем ее:

$$A = R\sum_{t=1}^{n} v^t = Rv\frac{v^n-1}{v-1} = R\frac{1-v^n}{i} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad (12)$$

Назовем множитель, на который умножается *R*, *коэффициентом приведения ренты,* обозначим его как $a_{n;i}$. Этот коэффициент характеризует современную стоимость ренты с членом, равным 1. Чем выше значение *i*, тем меньше величина коэффициента.

Годовая рента, начисление процентов *m* раз в году. Не будем выводить формулу для этого случая, а заменим в формуле (14) дисконтный множитель $(1 + i)^{-n}$ на эквивалентную величину $(1 +j/m)^{-mn}$, соответственно *i* заменим на $(1 +j/m)^m - 1$, после чего имеем:

$$A = R\frac{1-(1+j/m)^{-mn}-1}{(1+j/m)^m-1} = Ra_{mn,j/m} \quad (13)$$

Рента *p*-срочная (*m* = 1). Если платежи производятся не один, а *p* раз в году, то коэффициенты приведения находятся так же, как и в случае годовой ренты. Только теперь размер платежа равен *R*/*p*, а число членов *np*. Сумма дисконтированных платежей равна:

$$A = \frac{R}{p}\sum_{t=1}^{np} v^{t/p} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{p[(1+i)^{1/p}-1]} = Ra_{n;j}^{(p)} \quad (14)$$

Рента *p*-срочная (*p* = *m*). Число членов ренты здесь равно числу начислений процентов; величина члена ренты составляет R/m. В итоге

$$A = \frac{R}{m}\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{j/m} = R\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{j} \quad (15)$$

Искомый результат можно получить и по формуле (14) и при этом воспользоваться таблицей коэффициентов приведения постоянных рент. В этом случае вместо числа лет берется количество периодов ренты, процентная ставка и величина члена ренты определяются соответствующим образом.

Рента *p*-срочная (*p* <> *m*). Сумма членов соответствующей прогрессии составит

$$A = R\,\frac{1-(1+j/m)^{-mn}}{p[(1+j/m)^{m/p}-1]} = Ra^{(p)}_{mn;\frac{j}{m}} \quad (16)$$

Определение параметров финансовых рент

Как было показано выше, постоянная рента описывается набором основных параметров — *R, n, i* и дополнительными параметрами *p, m*. Однако при разработке контрактов и условий финансовых операций могут возникнуть случаи, когда задается одна из двух обобщающих характеристик *S* или *A* и два основных параметра. Необходимо рассчитать значение недостающего параметра.

Определение члена ренты. Исходные условия: задается *S* или *A* и набор параметров, кроме *R*. Например, за обусловленное число лет необходимо создать фонд в сумме *S* путем систематических постоянных взносов. Если принято, что рента должна быть годовой, постнумерандо, с ежегодным начислением процентов, то, обратившись к формуле (6), получим:

$$R = S/s_{n;i}. \quad (17)$$

Вечная рента. Напомним, что под вечной рентой понимается ряд платежей, количество которых не ограничено — теоретически она выплачивается в течение бесконечного числа лет. В практике иногда сталкиваются со случаями, когда есть смысл прибегнуть к такой абстракции, например, когда предполагается, что срок потока платежей очень большой и конкретно не оговаривается. Например, при актуарном оценивании пенсионных фондов (определении их способности отвечать по своим обязательствам перед участниками). Очевидно, что наращенная сумма вечной ренты равна бесконечно большой величине.

Тема лекции: Кредит, погашение и амортизация долга

Способы погашения долга. Расходы по обслуживанию долга. Определение размеров срочных уплат, плана погашения долга и общих расходов заемщика. Формирование погасительного фонда. Составление плана погашения долга. Погашение долга при потребительском кредите. Погашение ипотечного кредита.

Важной целью количественного анализа долгосрочной задолженности является разработка плана погашения займа, адекватного условиям финансового соглашения.

Разработка плана погашения займа заключается в составлении графика периодических платежей должника. Такие расходы должника обычно называют *расходами по обслуживанию долга*, а также *срочными уплатами, расходами по займу*. Расходы по обслуживанию долга включают как текущие процентные платежи, так и средства, предназначенные для погашения основного долга.

Методы определения размера срочных уплат существенно зависят от условий погашения долга, которые предусматривают срок займа, продолжительность льготного периода, уровень и вид процентной ставки, методы уплаты процентов и способы погашения основной суммы долга. В льготном периоде основной долг не погашается, обычно выплачиваются проценты. Не исключается возможность присоединения процентов к сумме основного долга.

При определении размера срочных уплат используем следующие обозначения:

D – Сумма задолженности,

Y – срочная уплата,

I – проценты по займу,

R – расходы по погашению основного долга,

g – ставка процентов по займу,

n – общий срок займа.

Если по условиям займа должник обязуется вернуть сумму долга в конце срока в виде разового платежа, то он должен предпринимать меры для обеспечения этого. При значительной сумме долга обычная мера заключается в создании *погасительного фонда*. Необходимость формирования такого фонда иногда оговаривается в договоре выдачи займа в качестве гарантии его погашения. На практике возникает необходимость накопления средств и по другим причинам. Например, для накопления амортизационных отчислений на закупку изношенного оборудования и т.д.

Погасительный фонд создается из последовательных взносов должника (например, на специальный счет в банке), на которые начисляются проценты. Т.е. должник имеет возможность инвестировать средства для погашения долга. Сумма взносов в фонд вместе с начисленными процентами, накопленная в погасительном фонде к концу срока, должна быть равна его сумме. Взносы могут быть как постоянными, так и переменными во времени.

Итак, пусть накопление производится путем регулярных ежегодных взносов R, на которые начисляются сложные проценты по ставке i. Одновременно происходит выплата процентов за долг по ставке g. В этом случае срочная уплата составит:

$$Y = Dg + R. \quad (1)$$

Обе составляющие постоянны во времени. Как видим, первая определяется величиной долга и процентной ставкой. Найдем вторую составляющую. Поскольку фонд должен быть накоплен за N лет, соответствующие взносы образуют постоянную ренту с параметрами: R, N, i. Допустим, что речь идет о ренте постнумерандо. Так как накопленная сумма (наращенная сумма ренты) должна быть равна D, то

$$Y = Dg + D/sN;i, \quad (2)$$

т.е. в фонд систематически вносится сумма, равная R = D/sN;i.

Если условия контракта предусматривают присоединение процентов к сумме основного долга, то срочная уплата определяется следующим образом:

$$Y = D\frac{(1+g)^N}{S_{N;i}} \quad (3)$$

При создании погасительного фонда, как это было показано выше, используются две процентные ставки — i и g. Первая определяет темп роста погасительного фонда, вторая — сумму выплачиваемых за заем процентов. Нетрудно догадаться, что рассматриваемый способ погашения долга — создание фонда — выгоден должнику только тогда, когда i > g, так как в этом случае должник на аккумулируемые в погасительном фонде средства получает больше процентов, чем сам выплачивает за заем. Чем больше разность i - g, тем, очевидно, больше экономия средств должника, направляемая на покрытие долга. В случае, когда i = g, преимущества создания фонда пропадают. Финансовые результаты для должника оказываются такими же, как и при погашении долга частями.

Накопленные за t лет средства фонда определяются по знакомым нам формулам наращенных сумм постоянных рент или рекуррентно:

St+1 = St(1 + i) + R. (4)

Погашение долга в рассрочку

В практической финансовой деятельности, особенно при значительных размерах задолженности, долг обычно погашается в рассрочку, частями. Такой метод погашения часто называют амортизацией долга. Он осуществляется различными способами:

• погашение основного долга равными суммами (равными долями);

• погашение всей задолженности равными или переменными суммами по обслуживанию долга (срочными уплатами).

Погашение основного долга равными суммами. Пусть долг в сумме D погашается в течение п лет. В этом случае сумма, ежегодно идущая на его погашение, составит

$$d = \frac{D}{n} \qquad (5)$$

Размер долга, как видим, последовательно сокращается: D, D - d, D - 2d и т.д. Соответствующим образом уменьшаются и выплачиваемые проценты, так как они начисляются на остаток долга. Пусть для простоты проценты выплачиваются один раз в конце года по ставке g. Тогда за первый год и последующие годы они равны Dg, (D — d)g, (D — 2d)g и т.д. Процентные платежи, как видим, образуют убывающую арифметическую прогрессию с первым членом Dg и разностью -dg. Срочная уплата в конце первого года находится как

Y1 = D_0g + d (6)

Для конца года t находим:

Yt = Dt - 1g + d; t = l, 2,..., n, (7)

где Dt — остаток долга на конец года t, D0 = D.

$$D_t = D_{t-1}\frac{n-1}{n} \qquad (8)$$

Если долг погашается p раз в году постнумерандо и с такой же частотой выплачиваются проценты, каждый раз по ставке g/p, то срочная уплата составит:

$$Y_t = \frac{D_{t-1}g}{p} + \frac{D_0}{pn};\ \ t = 1,2,\dots,pn \qquad (9)$$

Остаток задолженности на конец года t:

$$D_t = D_{t-1}\frac{pn-1}{pn} \qquad (10)$$

Погашение долга равными срочными уплатами. В соответствии с этим методом расходы должника по обслуживанию долга постоянны на протяжении всего срока его погашения. Из общей суммы расходов должника часть выделяется на уплату процентов, остаток идет на погашение основного долга. Так же как и при предыдущем методе, величина долга здесь последовательно сокращается, в связи с этим уменьшаются процентные платежи и увеличиваются платежи по погашению основного долга. По определению

Y = Dt -1g + Rt = const. (11)

План погашения обычно разрабатывается при условии, что задается срок погашения долга. Альтернативным и более редким является установление фиксированной суммы постоянных срочных уплат. Рассмотрим оба случая.

Задан срок погашения. Первый этап разработки плана погашения — определение размера срочной уплаты. Далее эта величина разбивается на процентные платежи и сумму, идущую на погашение долга. После этого легко найти остаток задолженности.

Периодическая выплата постоянной суммы Y равнозначна ренте с заданными параметрами. Приравняв сумму долга к современной величине этой ренты, находим

$$Y = \frac{D}{a_{n,g}} \qquad (12)$$

где $\alpha_{n;g}$ — коэффициент приведения годовой ренты со ставкой процента g и сроком n.

Все величины, необходимые для разработки плана, можно найти на основе Y и данных контракта. Найдем сумму первого погасительного платежа. По определению

$$d_1 = y - d_0g.$$

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

$$dt = dt\text{-}1(1 + g) \quad (13)$$

В связи с этим рассматриваемый метод погашения называют прогрессивным.

Платежи по погашению долга образуют ряд:

d1; d1(l + g);...; d1(l + g)n - 1.

Использовав этот ряд, легко определить сумму погашенной задолженности на конец года t (после очередной выплаты):

$$W_t = \sum_{k=0}^{t=1} d_1(1+g)^k = d_1 S_{t;g} \qquad (14)$$

где st;g — коэффициент наращения постоянной ренты постнумерандо.

Погашение потребительского кредита

Начисление процентов в потребительском кредите обсуждалось выше. Напомним, что проценты начисляются на всю сумму кредита в начале срока (разовое начисление процентов). Расходы по обслуживанию долга в этом случае определяются как:

$$R = \frac{S}{nm} \qquad (15)$$

где S — наращенная сумма долга, см. формулу (1);

n — срок кредита в годах;

т — количество выплат в году (обычно m = 12).

Рассмотрим проблему определения остатка задолженности на любой промежуточный момент времени срока кредита. Необходимость в этом возникает, например, при досрочном погашении долга. Для решения этой задачи следует разбить величину R на проценты и сумму, идущую на погашение основного долга. За рубежом эта процедура часто основывается на весьма специфичном правиле 78 (Rule of 78) или методе сумм чисел (Sum of Digits). Нельзя исключать и другие методы. Например, представляется приемлемым равномерное распределение выплат процентов. Впрочем, для должника, если он предполагает погасить долг в оговоренный срок (но не ранее), не имеет значения, какой метод распределения процентов принят.

Обсуждение начнем с последнего, более простого метода. Нетрудно определить, что в этом случае деление расходов на постоянные суммы процентов и погасительные платежи достигается при

$$R = R_1 + R_2 = \frac{Pi}{m} + \frac{P}{nm} \qquad (16)$$

где P — сумма основного долга без процентов (цена товара);

R1 и R2 — проценты и размер погашения основного долга.

Виды ипотечных ссуд

Ссуды под залог недвижимости, или ипотеки (mortgage), получили широкое распространение в странах с развитой рыночной экономикой как один из важных источников долгосрочного финансирования. В такой сделке владелец имущества (mortgagor) получает ссуду у залогодержателя (mortgagee) и в качестве обеспечения возврата долга передает последнему право на преимущественное удовлетворение своего требования из стоимости заложенного имущества в случае отказа от погашения или неполного погашения задолженности. Сумма ссуды обычно несколько меньше оценочной стоимости закладываемого имущества. В США, например, запрещено, за некоторыми исключениями, выдавать ссуды, превышающие 80% оценочной стоимости имущества. Наиболее распространенными объектами залога являются жилые дома (75% общей суммы закладных в США), фермы, земля, другие виды недвижимости.

Ипотечные ссуды выдаются коммерческими банками и специальными ипотечными банками (например, земельными), различными ссудно-сберегательными ассоциациями.

Характерной особенностью ипотечных ссуд является длительный срок погашения — в США до 30 и даже более лет.

Существует несколько видов ипотечных ссуд, различающихся в основном методами погашения задолженности. Большинство видов являются вариантами стандартной, или типовой, ипотечной ссуды. Суть ее сводится к следующему. Заемщик получает от залогодержателя (кредитора) некоторую сумму под залог недвижимости (например, при покупке или строительстве дома). Далее он погашает долг вместе с процентами равными, обычно ежемесячными, взносами.

Модификации стандартной схемы ипотеки нацелены на повышение ее гибкости в учете потребностей как должника, так и кредитора. Так, некоторые из них имеют целью снизить расходы должника на начальных этапах погашения долга, перенося основную их тяжесть на более поздние этапы. Такие ипотеки привлекают тех клиентов, которые ожидают роста своих доходов в будущем, например, начинающих предпринимателей и фермеров. Привлекательна ипотека и для молодых семей при строительстве или покупке жилья. В других схемах тем или иным путем учитывается процентный риск.

Кратко охарактеризуем некоторые модификации стандартной схемы ипотек.

Ссуды с ростом платежей (graduated mortgage, GPM). Данный вид ссуды предусматривает постоянный рост расходов по обслуживанию долга в первые пять - десять лет. В оставшееся время погашение производится постоянными взносами. Такая схема погашения может привести к тому, что в первые годы расходы должника по обслуживанию долга (срочные уплаты) окажутся меньше суммы процентов. В связи с этим величина долга некоторое время увеличивается.

Ссуды с периодическим увеличением взносов (step-rate mortgage, SRM). Схема такой ипотеки является вариантом GPM: по согласованному графику каждые три - пять лет увеличивается сумма взносов.

Ссуда с льготным периодом. В такой ипотеке предполагается наличие льготного периода, в течение которого выплачиваются только проценты по долгу. Такая схема в наибольшей мере сдвигает во времени финансовую нагрузку должника.

В последние два десятилетия в практику вошли и более сложные схемы погашения долга по ипотеке, преследующие в конечном счете те же цели — быть более гибкими и удобными для клиентов. Рассмотрим одну из них.

Ссуда с залоговым счетом (pledged-account mortgage, PAM). Данная ипотека объединяет черты стандартной ипотеки (для кредитора) и ипотеки GPM (для должника). Суть ее в следующем. Клиент в начале операции вносит на залоговый счет некоторую сумму денег. Кроме того, он периодически выплачивает кредитору погасительные взносы. Обычно последние производятся по схеме GPM, соответственно на начальных этапах они меньше, чем необходимые взносы по стандартной схеме. Недостающие средства списываются с залогового счета.

Как уже отмечалось, ипотечные ссуды выдаются на длительные сроки. Даже в стабильной экономике это связано с определенным риском, риском изменения процентной ставки на рынке кредитов. Некоторую страховку от такого риска обеспечивают условия ссуд, относящиеся к уровню процентной ставки.

Ссуды с периодическим изменением процентной ставки (rollover mortgage, RM). Схема этой ссуды предполагает, что стороны каждые три - пять лет пересматривают уровень процентной ставки. Таким образом, происходит периодическое среднесрочное кредитование при долгосрочном погашении задолженности. Тем самым создается возможность для некоторой, конечно, неполной адаптации к изменяющимся условиям рынка.

Схема ипотеки с переменной процентной ставкой (variable-rate mortgage, VRM). Уровень ставки здесь "привязывается" к какому-либо распространенному финансовому показателю или индексу. Пересмотр ставки обычно осуществляется по полугодиям. Чтобы изменения ставок не были очень резкими, предусматриваются верхняя и нижняя границы разовых коррективов (например, не более 2%).

Особый вид ипотеки предназначен для заклада домов пожилыми владельцами. Он назван ипотекой с обратным аннуитетом (reverse-annuity mortgage, RAM). Цель такого залога — получение систематического дохода владельцем жилища. Операция напоминает продажу имущества в рассрочку.

Основной задачей при анализе ипотек является разработка планов погашения долга. Важно также уметь определить сумму остатка задолженности на любой момент процесса погашения. Ниже обсуждаются методы решения этих проблем для некоторых из перечисленных выше ипотечных схем.

Наиболее распространенной является ипотечная ссуда, условия которой предполагают равные взносы должника. Взносы ежемесячные — постнумерандо или пренумерандо. В договоре обычно устанавливается ежемесячная ставка процента, редко — годовая номинальная.

Поскольку погасительные платежи (взносы) представляют собой постоянную ренту, при решении поставленной задачи применим тот же принцип, что и при разработке плана погашения долгосрочного долга равными срочными уплатами. Для этого приравняем современную величину срочных уплат сумме ссуды. Для месячных взносов постнумерандо находим:

$$D = Ra_{N;i}, \quad (17)$$

где D — сумма ссуды;

N — общее число платежей, N = 12n (n — срок погашения в годах);

i — месячная ставка процента;

R — месячная сумма взносов;

$a_{N;i}$ — коэффициент приведения постоянной ренты.

Искомая величина взноса составит:

$$R = \frac{D}{a_{N;i}} \quad (18)$$

В рамках решаемой проблемы величину $c = 1/a_{N;i}$ можно назвать коэффициентом рассрочки.

Для рент пренумерандо получим:

$$R = \frac{D}{a_{N;i}}(1 + i) \qquad (19)$$

Найденная по формуле (18) или (19) величина срочной уплаты является базой для разработки плана погашения долга. Согласно общепринятому правилу из этой суммы выплачиваются проценты, а остаток идет на погашение долга.

Тема лекции: Анализ инвестиционных процессов

Определение чистого приведенного дохода инвестиционных проектов на основе дисконтирования будущих доходов и расходов. Показатель рентабельности инвестиций и его связь с чистым приведенным доходом. Период окупаемости инвестиций.

Анализ производственных инвестиций в основном заключается в оценке и сравнении эффективности альтернативных инвестиционных проектов. В качестве измерителей здесь применяют как формальные характеристики, основанные на дисконтировании потоков ожидаемых поступлений и расходов, так и показатели, определяемые на основе данных бухгалтерского учета. Заметим, что даже в этой, казалось бы, давно устоявшейся области анализа произошли заметные изменения, которые заключаются в переходе от академических построений к интенсивному практическому приложению и в дальнейшем развитии анализа на базе применения ЭВМ, экономико-математических методов и моделей.

В финансовом анализе эффективности инвестиций в основном применяют четыре показателя: чистый приведенный доход, срок окупаемости, внутреннюю норму доходности, рентабельность. Заметим, что за рубежом нет единой методологии оценки эффективности инвестиций. По существу, каждая корпорация, руководствуясь накопленным опытом, наличием финансовых ресурсов, целями, преследуемыми в данный момент, и т.д., разрабатывает свою методику. Однако так или иначе эти методики базируются на упомянутых характеристиках, их сочетании и модификациях.

Обычно в анализе производственных инвестиций одновременно применяют несколько измерителей эффективности. Один в качестве основного, другие как дополнительные. В качестве основного измерителя наибольшее распространение получил *чистый приведенный доход* (net present value, **NPV**). Обозначим этот показатель символом W. Данная величина характеризует общий абсолютный результат инвестиционной деятельности, ее конечный эффект. Под W понимают разность дисконтированных на один момент времени показателей дохода и капиталовложений. Если доходы и капиталовложения представлены в виде потока поступлений, то W равен современной величине этого потока. Как будет показано ниже, величина W является основой для определения других измерителей эффективности.

Итак, пусть поток поступлений характеризуется величинами R_t, причем эти величины могут быть как положительными, так и отрицательными. Тогда при условии, что ставка сравнения равна q, имеем

$$W = \sum R_t v^t \qquad (1)$$

где R_t — размер члена потока платежей;

v — дисконтный множитель по ставке q (ставке сравнения). Влияние инвестиционных затрат и доходов от них на W можно представить в более наглядном виде

$$W = \sum_{j=1}^{n_2} E_j\, v^{j+n_1} - \sum_{t=1}^{n_1} K_t v^t \qquad (2)$$

где K_t — инвестиционные расходы в периоде t, $t = 1, 2, ..., n_1$;

E_J — доход в периоде j, $j = 1, 2, ..., n_2$;

n_1 — продолжительность процесса инвестиций;

n_2 — продолжительность периода отдачи от инвестиций.

В формуле (2) предполагается, что процесс отдачи идет сразу после окончания инвестиций. Если следует ожидать некоторого запаздывания (отдача начинается спустя n лет после начала осуществления проекта, т.е. $n > n_1$), то вместо степени $j + n_1$ у дисконтного множителя следует применить $j + n$.

Содержание показателя W легко понять из следующего примера. Пусть капиталовложения полностью осуществляются за счет заемных средств, причем ссуда выдана под ставку q. Наращение процентов на текущий доход также осуществляется по этой ставке. Тогда W представляет собой ожидаемый чистый доход, приведенный к начальному моменту времени.

Срок окупаемости (payback method) — один из наиболее часто применяемых показателей. Без учета фактора времени, т.е. когда равные суммы дохода, получаемые в разное время, рассматриваются как равноценные, показатель срока окупаемости определяется как

$$n_y = \frac{K}{R} \qquad (3)$$

где n_y — упрощенный показатель срока окупаемости;

K — размер инвестиций;

R — ежегодный чистый доход.

Если чистый доход поступает неравномерно, то срок окупаемости определяется последовательным суммированием поступлений и подсчетом времени до тех пор, пока сумма чистого дохода не окажется равной сумме инвестиций. За рубежом показатель n_y применяют в основном мелкие фирмы.

С финансовых позиций более обоснованным является другой метод определения срока окупаемости. В этом случае под сроком окупаемости (n_{ok}) понимают продолжительность периода, в течение которого сумма чистых доходов, дисконтированных на момент завершения инвестиций, равна сумме инвестиций. Таким образом, срок окупаемости представляет собой теоретически необходимое время для полной компенсации инвестиций дисконтированными доходами.

Обсудим теперь вопрос о технике определения интересующего нас параметра для некоторых форм распределения доходов во времени. Что касается инвестиций, то для анализа достаточно иметь их итог в виде величины K (приведенная к началу периода отдачи величина), следовательно, особенность распределения затрат никак не скажется на значении n_{ok}. Рассмотрение методики начнем со случая, когда распределение доходов не следует какой-либо закономерности (произвольный поток поступлений). Тогда n_{ok} определяется суммированием последовательных членов ряда доходов, дисконтированных по ставке q, до тех пор пока не будет получена сумма, равная объему инвестиций. Если доход поступает в конце года, то определяется сумма

$$S_m = \sum_{t}^{m} R_t v^t \quad (4)$$

причем $S_m < K < S_{m+1}$.

Внутренняя норма доходности. Наиболее часто при оценке эффективности капитальных вложений прибегают к так называемой *внутренней норме доходности* (internal rate of return, **IRR**). Под внутренней нормой доходности понимают ту расчетную ставку процентов, при которой капитализация регулярно получаемого дохода дает сумму, равную инвестициям, и, следовательно, капиталовложения являются окупаемой операцией. Иначе говоря, при начислении на сумму инвестиций процентов по ставке, равной внутренней норме доходности (обозначим ее как q_b), обеспечивается получение распределенного во времени дохода. Чем выше эта ставка, тем больше эффективность капиталовложений. Величина q_b при особо неблагоприятных условиях может показаться нулевой и даже отрицательной.

Если капиталовложения осуществляются только за счет привлеченных средств, причем кредит получен по ставке i, то разность q_b - i показывает эффект инвестиционной (предпринимательской) деятельности. При q_b – i доход только окупает инвестиции (инвестиции бесприбыльны), при $q_b < i$ инвестиции убыточны.

Из сказанного выше следует, что уровень q_b полностью определяется "внутренними" данными, характеризующими инвестиционный проект. Никакие предположения об использовании чистого дохода за пределами проекта не рассматриваются.

За рубежом расчет q_b часто применяют в качестве первого шага количественного анализа капиталовложений. Для дальнейшего анализа отбирают те инвестиционные проекты, q_b которых оценивается величиной не ниже 15 — 20%. Методика определения q_b, как и других показателей эффективности, зависит от конкретных особенностей распределения доходов от инвестиций и самих инвестиций. В общем случае, когда инвестиции и отдача от них задаются в виде потока платежей, q_b определяется на основе решения уравнения

$$\sum_t R_t\, v^t = 0 \qquad (5)$$

относительно v каким-либо итерационным методом.

Здесь v — дисконтный множитель по ставке q_b; R_t — член потока платежей, который может быть положительной и отрицательной величиной; t — время, измеряемое от начала инвестиционного процесса.

Рентабельность. Последний из рассматриваемых показателей представляет собой соотношение приведенных доходов к приведенным на ту же дату инвестиционным расходам (benefit-cost ratio). Иногда его называют *индексом доходности* (profitability index). Условно назовем этот показатель *рентабельностью* и обозначим как U. Если инвестиции осуществлены разовым вложением средств, то

$$U = \frac{\sum R_j\, v^j}{K} \qquad (6)$$

Если инвестиции представляют собой некоторый поток, то

$$U = \frac{\sum R_j\, v^{j+n_1}}{\sum K_t v^t} \qquad (7)$$

где r_j — показатели чистого дохода; K_t — размеры инвестиционных затрат; t= 1, 2, ..., n_1; f = 1, 2, ..., n_2.

Охарактеризованным выше "классическим" методам оценки эффективности инвестиций свойствен один общий недостаток — они предполагают известными используемые в расчете параметры будущих доходов, их размеры и время поступления. Но размер чистого дохода — величина, зависящая от целого ряда факторов, которая может быть определена более или менее точно лишь для простых ситуаций, сложившихся устойчивых производственных систем, рынков сбыта и т.д. В условиях же воздействия НТР, колебаний цен и спроса на продукцию необходимые для расчетов параметры могут быть оценены лишь весьма приближенно, а подчас их определение просто невозможно. Второй элемент, который вносит свою лепту в неопределенность результатов оценки показателей эффективности, — выбор процентной ставки для дисконтирования (нормы рентабельности, ставки сравнения). Как бы надежно ни была установлена эта ставка, с ходом времени меняются экономическая конъюнктура, положение на кредитно-денежном и валютном рынках и т.д. Таким образом, та ставка, которая считалась в момент оценки эффективности приемлемой, может не оказаться таковой уже в следующем временном отрезке. Сказанное увеличивает условность получаемых оценок.

Тема лекции: Основные финансовые инструменты

Акции. Облигации. Депозитные сертификаты. Определение их базовых показателей – курса, доходности, расчетной цены. Расчет доходности акций. Определение курса и расчетной цены основных финансовых инструментов.

Финансовые инструменты — финансовые обязательства, необходимые для краткосрочного или долгосрочного инвестирования, используемые для торговли на рынке ценных бумаг.

Среди финансовых инструментов наиболее значимую долю составляют вложения средств в ценные бумаги.

Ценные бумаги делятся на основные и производные.

Основные ценные бумаги — ценные бумаги, подтверждающие имущественные права на какой-либо актив, например товар, деньги, капитал, имущество, ресурсы.

Производные ценные бумаги — ценные бумаги, в основе которых лежит определенный ценовой актив.

Производные ценные бумаги удостоверяют право или обязанность инвестора продать или купить определенное количество базисного актива в определенное время или по определенной цене.

К основным видам ценных бумаг относятся следующие.

Акция — ценная бумага, удостоверяющая право ее владельца на долю в собственных средствах акционерного общества (получение дохода от его деятельности, управление этим обществом). Средства от продажи акций служат источником формирования уставного капитала акционерного общества. Акции не являются долговым обязательством акционерного общества.

Акции бывают именными, на предъявителя, привилегированными, обыкновенными.

Облигация — ценная бумага, удостоверяющая отношение займа между ее владельцем (кредитором) и лицом, ее выпустившим (эмитентом, должником).

Облигации могут выпускать государство и различные организации.

Облигации, выпускаемые государством, могут иметь различные наименования: казначейские векселя, казначейские обязательства, ноты, сертификаты.

Депозитный сертификат — документ, подтверждающий экономические отношения по поводу передачи средств клиента во временное пользование банком.

Чек — документ установленной формы, содержащий письменное распоряжение чекодателя банку уплатить держателю чека указанную в нем сумму.

Чек выражает только расчетные функции и как самостоятельное имущество в сделках не участвует. Плательщиком по чеку всегда выступает банк или иное кредитное учреждение, имеющее лицензию на совершение таких операций.

Опцион — документ, заключаемый в форме контракта на право покупки или продажи определенного количества ценных бумаг.

Владельцы опционов не ограничены максимально возможными ценами и сроком исполнения и могут воспользоваться преимуществами, которые дают складывающиеся на рынке тенденции.

Фьючерс — контракт, оформленный на приобретение определенного количества ценных бумаг в установленный период по базисной цене, которая фиксируется при заключении контракта.

Векселем называется безусловное письменное обязательство векселедателя (заемщика) выплатить векселедержателю (кредитору) в указанное время и в указанном месте указанную сумму (номинальную стоимость векселя).

Учетом (дисконтированием) векселя называется его покупка по цене, меньшей номинальной стоимости.

Дисконтом называется разница между номинальной стоимостью векселя и ценой его покупки.

Пусть K – номинальная стоимость векселя, t – время до наступления срока платежа по векселю (в годах), u – учетная ставка простых процентов (в долях). Тогда дисконт рассчитывается по формуле

$$D = Kut \quad (1)$$

а дисконтированная цена векселя (без учета комиссионных) равна

$$Z\,t = K - D = K - Kut = K(1 - ut) \quad (2)$$

Под доходностью акции понимают показатель, оценивающий величину дохода, который был получен с момента её приобретения. В общем случае она вычисляется как разница между полученным и затраченным на покупку акций капиталами деленная на затраченный на покупку акций капитал. Доходность акции может быть и положительной (цена продажи выше цены покупки) и отрицательной (цена продажи ниже цены покупки).

Владелец акций получает от них прибыль двумя способами:

- за счет периодических дивидендных выплат;
- за счет роста котировок акции.

К ключевым факторам, влияющим на доходность акций, относятся:

- сумма дивидендных выплат;
- процент инфляции;
- колебания рыночных цен;
- принципы и параметры системы налогообложения.

Формируя долгосрочный портфель, инвестор обязан сделать его, прежде всего доходным. Надежность и ликвидность также очень значимы, но все-таки это второстепенные факторы. Для оценки и анализа доходности акций используют несколько показателей.

При анализе доходности акций используют следующие показатели:

Дивидендная доходность - это отношение суммы годового дивиденда на акцию к стоимости акции. У привилегированных акций доходность от дивидендных выплат выше чем у обыкновенных. Для определения дивидендной доходности используют формулу

$$Д_{\partial} = \frac{ГД_А}{Ц_0} * 100\% \quad (3)$$

где, $ГД_А$ — сумма дивидендных выплат в конкретном году, $Ц_о$ — цена приобретения акции.

Текущая доходность акции показывает дивидендную доходность на текущий момент времени – то есть это отношение выплаченных дивидендов к актуальной стоимости данной акции (или, в некоторых источниках — доход или убытки, которые владелец акций получил, продав их сейчас).

Полная доходность учитывает не только прибыль от полученных дивидендов, но и доход, от изменения котировок акции. Формула расчета полной доходности такова:

$$Д_П = \frac{ГД_А + (Ц_Т - Ц_0)}{Ц_0 * Т} * 100\% \quad (4)$$

где $Ц_Т$ — рыночная стоимость акции к определенной временной отсечке, Т — продолжительность владения акциями (в годах).

Конечная доходность рассчитывается при продаже акции по формуле:

$$Д_К = \frac{ГД_А + (Ц_1 - Ц_0)}{Ц_0} * 100\% \qquad (5)$$

где $Ц_1$ — цена продажи акции.

Годовая доходность характеризует доходность акций на временном интервале в 1 год. Вычисляется полная годовая доходность по формуле полной доходности акции при условии, что Т=1.

Рыночная доходность определяется изменением рыночной стоимости с момента приобретения без учета дивидендных выплат. Для ее вычисления необходимо разделить стоимость акции на текущий момент к стоимости приобретения.

Текущая доходность акций

Удобным (и распространенным) способом оценки размера получаемых дивидендов является расчет текущей доходности на одну акцию. Данный показатель информирует о наличии некоторой выгоды, которую собственник может получить, продав акции сразу же, но обязательно по текущей рыночной стоимости.

Вычисляется текущая доходность по формуле:

$$Д_Т = \frac{ГД_А}{Ц_Т} * 100\% \quad (6)$$

Текущая доходность показывает прибыльность акций, обусловленную дивидендными выплатами. Чтобы ее вычислить, необходимо размер годовых дивидендов по акции разделить на ее текущую стоимость. К примеру, стоимость акции равна 100 сомам, сумма дивидендов равна 8 сомам за год. Исходя из этого, текущая доходность вычисляется как отношение 8 сому к 100. Результат вычислений 0,08 или 8%. С изменением котировки акции, меняется и ее доходность. Например, котировки акции выросли до 200 сомов. В результате вычислений текущая доходность становится равно 0,04 или 4%.

При расчете текущей доходности нельзя использовать сумму первоначальных вложений, иначе не получится изменяющаяся характеристика, а это существенно при определении эффективности инвестирования в акции.

Текущая доходность не отражает итоговую (общую) доходность акции.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Занятие № 1. Тема урока. Наращение и дисконтирование по простым процентным ставкам

План урока

Простейшие сведения о процентах. Расчет дисконта по простой и учетной ставкам, определение дисконтированных сумм и срока платежа
Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык расчета простых процентов.
Задача 1. Доказать следующее утверждение: банковское дисконтирование нельзя осуществить во всех ситуациях, например по достаточно большой учетной ставке и задолго до срока платежа.
Задача 2. Доказать следующее утверждение: математическое дисконтирование выгоднее для векселедержателя, а банковское —для банка.
Задача 3. Доказать следующее утверждение: при наращении по простой учетной ставке величина начисляемых процентов с каждым годом увеличивается, при наращении капитала по простой процентной ставке капитал ежегодно увеличивается на одну и ту же величину.
Задача 4. Доказать следующее утверждение: простая учетная ставка обеспечивает более быстрый рост капитала, чем такая же по величине процентная ставка.
Задача 5. Вы поместили в банк вклад 100 тыс. сом под простую процентную ставку 6% годовых. Какая сумма будет на счете через 3 года? Какова величина начисленных процентов?
Задача 6. На какой срок необходимо поместить денежную сумму под простую процентную ставку 8% годовых, чтобы она увеличилась в 2 раза?
Задача 7. Ссуда в сумме 3000 долл. предоставлена 16 января с погашением через 9 месяцев под 25% годовых (год не високосный). Рассчитайте сумму к погашению при различных способах начисления процентов:
а) обыкновенный процент с точным числом дней;
б) обыкновенный процент с приближенным числом дней;
в) точный процент с точным числом дней.
Задача 8. В финансовом договоре клиента с банком предусмотрено погашение долга в размере 8,9 тыс. сом через 120 дней при взятом кредите в размере 8 тыс. сом. Определить доходность такой сделки для банка в виде годовой процентной ставки при использовании банком простых обыкновенных процентов.
Задача 9. Господин X поместил 160 тыс. сом в банк на следующих условиях: в первые полгода процентная ставка равна 8% годовых, каждый следующий квартал ставка повышается на 1%. Какая сумма будет на счете через полтора года, если проценты начисляются на первоначальную сумму вклада? Какую постоянную ставку должен использовать банк, чтобы сумма по вкладу не изменилась?
Задача 10. Через сколько лет удвоится сумма, вложенная в банк под 5% годовых? На вклад начисляются простые ссудные проценты.
Задача 11. Кредит выдается под простую ссудную ставку 24% годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, полученную заемщиком, и сумму процентных денег, если необ- ходимо возвратить 3500 тыс. сом.
Задача 12. В банк 6 мая предъявлен для учета вексель, на сумму 140 тыс. сом со сроком погашения 10 июля того же года. Банк учитывает вексель по учетной ставке 40% годовых, считая, что в году 365 дней. Определить сумму, получаемую векселедержателем от банка, и комиссионные, удерживаемые банком за свою услугу. За какое время до срока платежа операция учета векселя имеет смысл?
Задача 13. Кредит в размере 400 тыс. сом выдан по простой учетной ставке 25% годовых. Определить срок кредита, если заемщик планирует получить на руки 350 тыс. сом.

Задача 14. Вексель на сумму 900 тыс. сом учитывается по простой учетной ставке за 120 дней до погашения с дисконтом 60 тыс. сом в пользу банка. Определить величину годовой учетной ставки при временной базе 360 дней в году.
Задача 15. В банк предъявлен вексель на сумму 500 тыс. сом за полтора года до его погашения. Банк согласен учесть вексель по переменной простой учетной ставке, установленной следующим образом: первые полгода — 30% годовых, следующие полгода — 36% годовых, затем каждый квартал ставка повышается на 2%. Определите дисконт банка и сумму, которую получит векселедержатель.
Задача 16. Банк 1 января учел два векселя со сроками погашения 5 февраля и 13 марта того же года. Применяя учетную ставку 10% годовых, банк удержал комиссионные в размере 1000 сом. Определить номинальную стоимость векселей, если номинальная стоимость второго векселя в 2 раза больше, чем номинальная стоимость первого векселя.
Задача 17. Банк учел вексель по простой учетной ставке 20% годовых за полгода до срока погашения. Какова доходность этой операции для банка, выраженная в виде простой ставки ссудного процента?
Задача 18. Предприниматель получил 12 марта ссуду в банке по простой учетной ставке 22% годовых и должен вернуть 15 августа того же года 300 тыс. сом. Определить всеми возможными способами сумму, полученную предпринимателем, и величину дисконта, если проценты удерживаются банком при выдаче ссуды.
Задача 19. Что выгоднее для инвестора — положить имеющиеся у него 1000 долл. в банк на годовой депозит при ссудной ставке 4% годовых, или купить за 1000 долл. вексель со сроком погашения через год и номинальной стоимостью 1050 долл.?
Задача 20. На какой срок необходимо поместить имеющуюся денежную сумму под простую ссудную ставку 10% годовых, чтобы начисленные проценты были в 2 раза больше первоначальной суммы?

Домашнее задание
Задание 1. Сумма в 100 тыс. сом вложена фермером в банк на 6 месяцев под 15% годовых. Найти величину суммы, которая будет получена через 6 месяцев
Задание 2. Определить сумму средств к погашению кредита в размере 2000 тыс. сом, полученного на 30 дней под 12% годовых.
Задание 3. В не високосном году аграрное формирование взяло ссуду 3 января и должно отдать ее 13 мая на условиях 10% годовых при простом проценте. Во сколько раз вырастет долг при расчете по варианту:
- коммерческого (обыкновенного) процента с приближенным числом дней ссуды?
- коммерческого процента с точным числом дней ссуды?
- точных процентов с точным числом дней суды?

Задание 4. Банк выдал ссуду на сумму 100 тыс. сом клиенту А на срок 2 месяца, затем деньги, полученные от клиента А, клиенту В на срок 3 месяца, деньги полученные от клиента В, выдал клиенту С на 5 месяцев, и наконец от клиента С, клиенту D на 2 месяца. Все ссуды были выданы под 10% годовых (расчет по варианту простого коммерческого процента). Какую сумму вернет банку клиент D, и под какую реальную процентную ставку банк осуществлял свои операции?
Задание 5. Банк обязуется выплачивать по вкладу 2% ежемесячно. Какой годовой процент Вы получите по своему вкладу, если:
- будете забирать проценты ежемесячно, и тратить их на свои нужды;
- будете вкладывать проценты в тот же банк на тех же условиях?

Задание 6. Банк продает депозитные сертификаты: сроком на 3 месяца под 15% годовых, на 6 месяцев - под 20% годовых; на год под 25%. Какую из названных ниже стратегий выгоднее выбрать:
- купить сертификат сроком на 3 месяца (или 6 мес.), получить проценты и потратить их;
- купить сертификат на год и получить доход по повышенной процентной ставке;

- докупать ежеквартально (или каждые полгода) депозитные сертификаты па сумму, равную величине полученных процентов.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается математический смысл процентов?
2. Что понимают под процентной ставкой, периодом начисления и накопленной суммой?
3. Что такое процентная и удельная процентная ставка?
4. В чем заключается сущность простых процентов?
5. В каких случаях применяются простые проценты?
6. Укажите формулы расчета накопленной суммы и множителя наращения, когда применяется простая процентная ставка, для различных случаев задания срока.
7. Какие основное факторы определяют величину процента (процентного платежа)?
8. Что показывает множитель наращения?
9. По какой формуле определяется срок финансовой операции при использовании простых процентов?
10. По какой формуле можно определить простую процентную ставку?
11. Объясните разницу между различными вариантами расчета простых процентов.
12. Приведите график изменения накопленной суммы по простой процентной ставке.
13. Какая ставка называется переменной?
14. Укажите формулу расчета накопленной суммы при переменных процентных ставках.
15. Какая финансовая операция называется реинвестированием?

Занятие № 2. Тема урока. Сложные проценты

План урока

Решение задач на применение формулы сложных процентов для расчета наращенной суммы по вкладам, предполагающим капитализацию процентов
Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык расчета сложных процентов.
Задача 1. На вашем счете в банке 15 млн сом. Банковская ставка по депозитам равна 12% годовых, начисляется по схеме сложный ссудных процентов. Вам предлагают войти всем капиталом в организацию совместного предприятия, обещая удвоение капитала через 5 лет. Принимать ли это предложение?
Задача 2. Через 2 года ваш сын будет поступать в университет на коммерческой основе. Плата за весь срок обучения составит 5600 долл., если внести ее в момент поступления в университет. Вы располагаете в данный момент суммой в 4000 долл. Под какую минимальную ссудную ставку нужно положить деньги в банк, чтобы накопить требуемую сумму?
Задача 3. За выполненную работу предприниматель должен получить 600 тыс. сом. Заказчик не имеет возможности рассчитаться в данный момент и предлагает отложить срок уплаты на 2 года, по истечении которых он обязуется выплатить 730 тыс. сом. Выгодно ли это предпринимателю, если приемлемая норма прибыли составляет 10%? Какова минимальная ставка, которая делает подобные условия невыгодными для предпринимателя?
Задача 4. Рассчитайте будущую стоимость 1000 долл. для следующих ситуаций:
1) 5 лет, 8% годовых, ежегодное начисление процентов;
2) 5 лет, 8% годовых, полугодовое начисление процентов;
3) 5 лет, 8% годовых, ежеквартальное начисление процентов.
Задача 5. Банк предоставил ссуду в размере 5000 долл. на 39 месяцев под 10% годовых на условиях полугодового начисления процентов. Рассчитайте возвращаемую сумму при различных схемах процентов:
1) схема сложных процентов;

2) смешанная схема.

Задача 6. За какой срок первоначальный капитал в 500 тыс. сом увеличится до 2 млн сом, если на него будут начисляться сложные проценты по ставке 10% годовых?

Задача 7. Фирме нужно накопить 2 млн долл., чтобы через 10 лет приобрести здание под офис. Наиболее безопасным способом накопления является приобретение безрисковых государственных ценных бумаг, генерирующих годовой доход по ставке 5% годовых при полугодовом начислении процентов. Каким должен быть первоначальный вклад фирмы?

Задача 8. Рассчитать накопленную сумму, если на вклад в 2 млн сом в течение 5 лет начисляются непрерывные проценты с силой роста 10%.

Задача 9. Вы положили в банк на депозит 1000 долл. Банк начисляет сложные проценты по схеме — за первый год 4% годовых, а затем ставка увеличивается на 1% каждый год. Определить сумму, которая будет на Вашем счете через 4 года.

Задача 10. 1 августа 2017 г. должник обязан уплатить кредитору 400 тыс. сом. Какую сумму необходимо иметь должнику, если он вернет деньги:

1) 1 января 2017 г.;

2) 1 января 2018 г.;

3) 1 августа 2017 г.?

Деньги взяты в долг под сложную ссудную ставку 34% годовых.

Задача 11. Вексель на сумму 70 тыс. сом со сроком погашения через 4 года учтен за 32 месяца по сложной учетной ставке 24% годовых. Определить суммы, которые получит предъявитель векселя при различных способах учета.

Задача 12. Долговое обязательство на выплату 46 тыс. сом учтено за 4 года до срока погашения. Определите сумму, полученную при учете этого обязательства, если производилось 1) полугодовое; 2) поквартальное; 3) ежемесячное дисконтирование по сложной учетной ставке 24% годовых.

Задача 13. Вклад в размере 20 тыс. сом помещен в банк на 5 лет, причем предусмотрен следующий порядок начисления сложных процентов по плавающей годовой учетной ставке: в первые 2 года — 16%, в следующие 2 года — 19%, в оставшийся год — 2%. Определить наращенную сумму. При использовании какой постоянной сложной учетной ставки можно получить такую же сумму?

Задача 14. За долговое обязательство в 80 тыс. сом банком было выплачено 62 тыс. сом За какое время до срока погашения было учтено это обязательство, если банком использовалась годовая сложная учетная ставка 28% годовых?

Задача 15. Найдите величину дисконта, если долговое обязательство на выплату 40 тыс. сом учтено за 3 года до срока погашения по сложной учетной ставке 1) 20% годовых; 2) 25% годовых.

<u>Домашнее задание</u>

Задача 1. Вексель был учтен за 2,5 года до срока его погашения, при этом владелец векселя получил четверть от написанной на векселе суммы. По какой годовой учетной ставке был учтен этот вексель, если производилось:

1) поквартальное дисконтирование;

2) ежемесячное дисконтирование.

Задача 2. Долговое обязательство было учтено по номинальной учетной ставке 32% годовых при полугодовом дисконтировании. За какое время до срока погашения было учтено обязательство, если его дисконтированная сумма составила треть от суммы, которую нужно выплатить по этому обязательству?

Задача 3. Согласно финансовому соглашению банк начисляет по полугодиям проценты на вклады по сложной учетной ставке 28% годовых. Определить в виде простой учетной ставки стоимость привлеченных средств для банка при их размещении:

1) на 3 месяца;

2) на год.

Задача 4. По условиям финансового соглашения на сумму 900 тыс. сом, помещенную в банк на 5 лет, начисляются проценты по сложной учетной ставке 24% годовых. Определить наращенную сумму, если начисление процентов производится:
1) по полугодиям;
2) ежеквартально;
3) ежемесячно.
Сравните полученные величины с результатами наращения сложными процентами по процентной ставке 24% годовых.
Задача 5. Клиент имеет вексель на 100 тыс. сом, который он хочет учесть 01.03.2017 в банке по сложной учетной ставке, равной 7% годовых. Какую сумму он получит, если срок погашения векселя 01.08.2017 г.?

Контрольные вопросы

1. В чем отличие начисления по сложной ставке от начисления по простой ставке?
2. Какие виды начисления по сложным процентам вы знаете?
3. Приведите формулы для расчета накопленной суммы при декурсивном начислении сложных процентов.
4. Приведите формулы для определения срока и ставки сложных процентов.
5. Какое начисление процентов более выгодно (один или несколько раз в год) и почему?
6. Приведите формулу для расчета накопленной суммы при дробном числе лет.
7. Как рассчитать накопленную сумму, если ставка сложного процента меняется во времени?
8. Эквивалентно ли начисление 12 % в год и 1 % в месяц?
9. Какая ставка называется номинальной? Уравнивающей? Назовите область их применения.
10. Исходя из какого принципа получают формулы эквивалентного перехода от номинальных ставок к эффективным?

Занятие № 3. Тема урока. Эквивалентность процентных ставок. Финансовая эквивалентность обязательств

План урока

Понятие эквивалентности процентных ставок. Средняя процентная ставка. Принцип финансовой эквивалентности обязательств. Уравнение эквивалентности. Изменение условий контрактов на основе уравнения эквивалентности. Объединение (консолидация) платежей.

Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык расчета эквивалентных и эффективных ставок.
Задача 1. Какие условия предоставления кредита и почему более выгодны банку:
1) 28% годовых с ежеквартальным начислением процентов;
2) 30% годовых с полугодовым начислением процентов?
Задача 2. Срок уплаты по долговому обязательству — полгода, простая учетная ставка — 18% годовых. Какова доходность этой операции, измеренная в виде простой ставки ссудного процента?
Задача 3. Определить, под какую ставку ссудных процентов выгоднее поместить капитал в 10 млн сом на пять лет — под простую ставку 14% годовых или под сложную ставку 12% при ежеквартальном начислении процентов?
Задача 4. На капитал в сумме 500 тыс. сом ежегодно начисляются сложные проценты по ставке 8% годовых в течение 5 лет. Определить эквивалентную ставку непрерывного начисления процентов (силу роста).

Задача 5. Определить номинальную ставку, если эффективная ставка равна 9% и сложные проценты начисляются ежемесячно.

Домашнее задание

Задача 1. Определить номинальную учетную ставку, если годовая эффективная учетная ставка равна 20% годовых и учет осуществляется:

1) каждые полгода;
2) ежеквартально;
3) ежемесячно.

Задача 2. Ссуда выдана при условии начисления сложных процентов по ставке 8% годовых. Определите эквивалентную простую ставку при следующих сроках ссуды:

1) 5 лет;
2) 180 дней;
3) 365 дней.

Задача 3. В банк для учета предъявлены 2 векселя — один на сумму в 100 тыс. сом и сроком погашения через год, второй — на сумму 150 тыс. сом и сроком погашения через 2 года. Два векселя необходимо заменить одним, на сумму 250 тыс. сом Определить срок погашения нового векселя при использовании сложной учетной ставки 20% годовых.

Задача 4. Согласно контракту предприниматель через год должен выплатить кредитору 10 тыс. долл., через три года должен выплатить 40 тыс. долл. и через 5 лет должен выплатить еще 30 тыс. долл. Предприниматель предлагает выплатить 30 тыс. долл. через 2 года и 40 тыс. долл. через 4 года. Являются ли эти контракты эквивалентными, если в расчетах используется простая процентная ставка 34% годовых?

Контрольные вопросы

1. Эквивалентно ли начисление 12 % в год и 1 % в месяц?
2. Какая ставка называется номинальной? Уравнивающей? Назовите область их применения.
3. Исходя из какого принципа получают формулы эквивалентного перехода от номинальных ставок к эффективным?
4. Эффективной учетной ставки.
5. В чем заключается смысл номинальной и эффективной учетной ставки?
6. Приведите формулы, связывающие номинальную и эффективную учетные ставки.

Занятие № 4. Тема урока. Учет инфляции в финансово-экономических расчетах

План урока

Производные процентные расчеты в финансовой математике. Инфляция и налоги

Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык учета налогов и инфляции при осуществлении экономических расчетов.

Задача 1. На вклад начисляются сложные проценты:

1) ежегодно;
2) ежеквартально;
3) ежемесячно.

Какова должна быть годовая номинальная процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если ежемесячный темп инфляции составляет 3%?

Задача 2. Номинальная процентная ставка, компенсирующая действие инфляции, равна 52% годовых. Определите полугодовую инфляцию, если начисление сложных процентов осуществляется каждый квартал.

Задача 3. На вклад в течение трех лет будут начисляться непрерывные проценты. По прогнозам инфляция за это время за каждый год последовательно составит 15, 20 и 10 процентов. Какова должна быть сила роста за год, чтобы покупательная способность вклада не уменьшилась?
Задача 4. На вклад в течение 15 месяцев начисляются проценты:
1) по схеме сложных процентов;
2) по смешанной схеме. Какова должна быть процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если каждый квартал цены увеличиваются на 8%?
Задача 5. На вклад 280 тыс. сом ежеквартально начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке 10%. Оцените сумму вклада через 21 месяц с точки зрения покупательной способности, если ожидаемый темп инфляции — 0,5 % в месяц.

Домашнее задание
Задача 1. На депозит поместили 300 тыс. сом на полтора года. Банк начисляет простые учетные проценты по ставке под 14% годовых. Определить наращенную сумму с учетом уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 12% годовых.
Задача 2. На депозит поместили 300 тыс. сом на полтора года. Банк начисляет простые проценты по ставке под 16% годовых. Определить наращенную сумму с учетом уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 12% годовых.
Задача 3. На вклад в 2 млн сом в течение 4-х лет каждые полгода начислялись сложные проценты по годовой номинальной ставке 12% годовых. Определить наращенную сумму после уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 8% годовых.

Контрольные вопросы
1. Какая сумма больше 1000 сомов сегодня или 1000 сомов через неделю и почему?
2. Какие количественные оценки инфляции вы знаете?
3. Приведите формулы расчета индекса инфляции.
4.Приведите формулу расчета реальной покупательной способности денег в условиях инфляции.
5.Приведите формулы расчета реальной покупательной способности накопленной суммы в условиях инфляции, если накопление идет по ставке простого (сложного) процента.
6. Как влияет инфляция на ставку процентов?
7.Приведите формулы расчетов действительной ставки процентов (про)стой и сложной), учитывающей инфляцию.

Занятие № 5. Тема урока. Потоки платежей. Финансовые ренты

План урока
Решение задач к потокам платежей. Постоянные финансовые ренты

Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык оценки денежных потоков.
Задача 1. Анализируются 2 варианта накопления средств по схеме аннуитета пренумерандо, т. е. поступление денежных средств осуществляется в начале соответствующего временного интервала:
План 1: Вносить на депозит 5000 долл. каждые полгода при условии, что банк начисляет 10% годовых с полугодовым начислением процентов.
План 2: делать ежегодный вклад в размере 10000 долл. на условиях 9% годовых при ежегодном начислении процентов.
Ответьте на следующие вопросы:

1) Какая сумма будет на счете через 10 лет при реализации каждого плана? Какой план более предпочтителен?
2) Изменится ли ваш выбор, если процентная ставка в плане 2 будет повышена до 10%?
Задача 2. Предприниматель в результате инвестирования в некоторый проект будет получать в конце каждого квартала 8 тыс. долл. Определить возможные суммы, которые через три года получит предприниматель, если можно поместить деньги в банк под сложную процентную ставку 24% годовых с начислением процентов:
1) ежегодно;
2) ежеквартально;
3) ежемесячно.
Задача 3. Какую сумму необходимо поместить в банк под сложную процентную ставку 6% годовых, чтобы в течение 6 лет иметь возможность в конце каждого года снимать со счета 100 тыс. сом, исчерпав счет полностью, если банком начисляются сложные проценты 1) ежегодно; 2) ежемесячно?
Задача 4. Работник заключает с фирмой контракт, согласно которому в случае его постоянной работы на фирме до выхода на пенсию (в 63 лет) фирма обязуется в начале каждого года перечислять на счет работника в банке одинаковые суммы, которые обеспечат работнику после выхода на пенсию в конце каждого года дополнительные выплаты в размере 3000 сом в течение 10 лет. Какую сумму ежегодно должна перечислять фирма, если работнику 40 лет и предполагается, что банк гарантирует годовую процентную ставку 10%?
Задача 5. Асан должен Бакыту 200 тыс. сом. Он предлагает вернуть долг равными ежегодными платежами в 50 тыс. сом. Через какое время долг будет погашен, если на него начисляются сложные проценты по ставке 12% годовых 1) ежемесячно; 2) ежеквартально; 3) ежегодно.
Задача 6. Господин X выплатил жене при разводе 1 млн сом Жена после развода планирует получать ежемесячно одинаковые суммы в течение 20 лет. Какую сумму она будет получать, при условии, что процентная ставка по вкладам в банк равна 10% годовых?
Задача 7. Клиент в конце каждого года вкладывает 300 тыс. сом в банк, ежегодно начисляющий сложные проценты по ставке 10% годовых. Определить сумму, которая будет на счете через 7 лет. Если эта сумма получается в результате однократного помещения денег в банк, то какой величины должен быть взнос?
Задача 8. Фирме предложено инвестировать 200 млн сом на срок 4 года при условии возврата этой суммы частями (ежегодно по 50 млн сом); по истечении четырех лет будет выплачено дополнительное вознаграждение в размере 25 млн сом. Примет ли она это предложение, если можно депонировать деньги в банк из расчета 8% годовых?
Задача 9. Банк предлагает ренту постнумерандо на 15 лет с полугодовой выплатой 100 тыс. сом Годовая процентная ставка в течение всего периода остается постоянной, сложные проценты начисляются по полугодиям. По какой цене можно приобрести эту ренту, если выплаты будут осуществляться 1) через 3 года; 2) немедленно, а сложная процентная ставка равна 4% годовых?

Домашнее задание
Задача 1. Некоторая фирма хочет создать фонд в размере 350 тыс. сом. С этой целью в конце каждого года фирма предполагает вносить по 60 тыс. сом в банк под 28% годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда, если банк начисляет сложные проценты
а) ежегодно; б) по полугодиям.
Задача 2. Первоначальная рента имеет следующие параметры: $A1 = 2$ тыс. сом; $r = 9\%$; $n1 = 5$ лет. Необходимо заменить ее на ренту со следующими параметрами: $r = 9\%$; $n2 = 8$ лет и найти платеж новой ренты A2.
Задача 3. Объединяются три ренты с параметрами: $A1 = 1000$ сом; $r1 = 6\%$; $n1 = 10$ лет, $A2 = 500$ сом; $r2 = 5\%$; $n2 = 8$ лет, $A3 = 2000$ сом; $r3 = 5\%$; $n3 = 12$ лет. Необходимо найти платеж объединенной ренты, если ее срок составляет 10 лет, процентная ставка равна 6%

годовых.

Контрольные вопросы

1. Что такое наращенная сумма ренты?
2. Какими параметрами описывается финансовая рента?
3. В каких случаях вычисление наращенной суммы ренты может быть упрощено?
4. Приведите формулы для расчета наращенной суммы рент пренумерандо.
5. Приведите формулы для расчета наращенной суммы рент постнумерандо.
6. Поясните, что означают величины, входящие в формулы для определения наращенной суммы постоянной финансовой ренты.
7. На основе какой математической формулы выводятся формулы наращенной суммы?
8. Приведите формулу для расчета процентного платежа.

Занятие № 6. Тема урока. Кредит, погашение и амортизация долга

План урока

Порядок и виды погашения долгосрочной задолженности

Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель работы: сформировать навык расчетов показателей при получении ссуды под проценты, которые начисляются на оставшийся непогашенный остаток.

Задача 1. В банке получена ссуда в сумме 800 тыс. сом под 25% годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать ссуду необходимо равными годовыми платежами. Требуется определить сумму годового платежа и составить план погашения долга.

Задача 2. Предприниматель получил ссуду в сумме 300 тыс. сом под 20% годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. В соответствии с финансовым соглашением предприниматель будет возвращать долг равными сумами по 102 тыс. сом в конце каждого года. Составьте план погашения долга.

Задача 3. Кредитор заключил контракт, в соответствии с которым заемщик обязуется выплатить 600 тыс. сом за 5 лет равными суммами в конце каждого года, причем на непогашенный остаток будут по полугодиям начисляться сложные проценты по годовой номинальной ставке 24%. По какой цене кредитор может продать этот контракт банку, который на ссуженные деньги ежеквартально начисляет сложные проценты по ставке 28% годовых?

Задача 4. Контракт между фирмой А и банком В предусматривает, что банк предоставляет в течение 3 лет кредит с ежегодными платежами в размере 1 млн. сом в начале каждого года под ставку 10 % годовых. Фирма возвращает долг, выплачивая 1 млн. 300 тыс. сом; 1,5 и 2 млн. сом в конце 3-го, 4-го и 5-го годов. Приемлема ли эта операция для банка и если да, то каков его выигрыш?

Задача 5. Предполагается, что в фонд погашения долга Д = 10 000 долл. средства поступают в конце каждого года в течение 5 лет. На средства погасительного фонда начисляются проценты по ставке 10 %, ставка по кредиту 9,5 %. Предусматривается, что платежи каждый раз увеличиваются на 500 долл. Необходимо разработать план формирования фонда погашения.

Задача 6. Пусть долг, равный 100 тыс. сом, необходимо погасить равными суммами за 5 лет, платежи в конце года. За заем выплачиваются проценты по ставке 5 %. Составить план погашения долга.

Задача 7. Ссуда в 30 500 сом выдана в 2017 г. 1 января по сложной ставке 10 % годовых. Заемщик обязан вернуть долг, выплачивая 8000, 16500 и 6500 сом последовательно 15.03, 07.07 и 21.10 того же года. Кто при такой схеме погашения кредита оказывается в проигрыше: кредитор или должник, и насколько?

Задача 8. По контракту произведенная продукция стоимостью 2 млн. сом оплачивается в рассрочку ежеквартально в течение 5 лет с начислением сложных процентов на оставшуюся сумму долга по годовой процентной ставке 0,12. Определить величины равных платежей, если начало оплаты продукции:

А) перенесено на полгода после подписания контракта;

Б) отложено на 2 года.

Задача 9. Заем был взят под 16 % годовых, выплачивать о сталось ежеквартально по 500 д. е. в течение 2 лет. Из-за изменения ситуации в стране ставка снизилась до 8 % годовых. В банке согласились с необходимостью пересчета ежеквартальных выплат. Каков должен быть новый размер выплаты?

Домашнее задание

Задача 1. Выдана ссуда в 120 тыс. сом на 1,5 года под 24 % годовых. Должник обязан в конце каждого 2-го месяца выплачивать равными долями долг вместе с процентами (имеются в виду проценты в 1/6 от годовых). Какова сумма разового платежа?

Задача 2. Ссуда в 10 тыс. долл. выдана под 12 % годовых и требует ежемесячной оплаты по 180 долл. и выплаты остатка долга к концу срока в 5 лет. Каков остаток долга?

Задача 3. Долг в сумме 100 тыс. сом выдан под 10 % годовых на 5 лет. Для его погашения единовременным платежом одновременно с получением ссуды создается фонд. На размещаемые в нем средства начисляются проценты (11 % годовых), причем в погасительный фонд ежегодно вносятся равные суммы. Найти срочные расходы должника на протяжении 5 лет для двух вариантов погашения процентов:

А) ежегодно;

Б) разовым платежом в конце срока.

Занятие № 7. Тема урока. Анализ инвестиционных процессов

План урока

Сравнение инвестиционных проектов по отдельным показателям и их совокупности.

Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

<u>Цель занятия:</u> получение навыков проведения анализа инвестиционных проектов, исчисления основных характеристик инвестиционного проекта.

Задача 1. Проведите анализ следующего инвестиционного проекта: Задан следующий денежный поток инвестиционного проекта (в тыс. с.):

Год	2000	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Сумма	200	250	100	120	130	150	160	170	180

Рассчитайте чистую приведенную стоимость этого проекта, если ставка сравнения равна 15%, все суммы выплачиваются и поступают в конце года.

Задача 2. Охарактеризуйте основные показатели, используемые в инвестиционном анализе.

Задача 3. Инвестиции производятся поквартально по 0,25 млн. сом на протяжении трех лет. Ожидаемая отдача оценена в размере 0,7 млн. сом в год (поступления ежемесячные). Ренты, характеризующие вложения и отдачу, имеют следующие параметры: $K = 1$, $n_1 = 3$, $p_1 = 4$, $E = 0{,}7$, $n_2 = 10$, $p_2 = 12$. Норматив рентабельности равен 10%, найти *чистый приведенный доход*.

Задача 4. Инвестор имеет два варианта инвестирования средств в течение 7 лет: в начале каждого года под 18% годовых или в конце каждого года под 23% годовых (начисление сложных процентов – два раза в год) вносить по 250 тыс. сом. Какой из вариантов выгоднее для инвестора?

Задача 5. На строительство магазина надо затратить в течение месяца около \$10000, а затем в течение1 0 лет магазин будет давать доход \$3000 в год. Найти характеристики данного проекта, если ставка процента 8% в год.

Домашнее задание

Задача 1. С помощьюкомпьютера рассчитан инвестиционный проект: Inv=—400 0 д.е., последующий годовой доход при 8 % годоыых равен R=100 0д.е., длительность проекта 6 лет и получено,что чистый приведенный доход NPV=62 3д.е. и срок окупаемости—6лет.

Задача 2. Для инвестиционного проекта длительностью 6 лет с планируемыми годовыми доходами 40 0д.е.и годовой ставкой 10 % с помощью компьютера найдены необходимые инвестиции—174 2д.е. Проверьте компьютерные расчеты.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется срок окупаемости проекта при изменении величины инвестиций, годовых доходов, ставки процента?
2. Некто получил наследство в виде солидного банковского счета и теперь его «проедает», беря каждый год со счета в банке определенную сумму и тратя ее в течение года. По сути это «перевернутый» инвестиционный процесс. Введите понятия, аналогичные сроку окупаемости, внутренней норме доходности и т.п. Какие меры должен принять наследник при увеличении темпов инфляции?
3. Определение величины инвестиций
4. Расчет годового дохода для заданной внутренней доходности проекта
5. Зависимость характеристик процесса от ставки процента
6. Сравнение инвестиционных проектов
7. Определение чистого приведенного дохода инвестиционных проектов на основе дисконтирования будущих доходов и расходов.
8. Показатель рентабельности инвестиций и его связь с чистым приведенным доходом.
9. Определение размера платы за аренду оборудования

Занятие № 8. Тема урока. Основные финансовые инструменты

План урока

Вычисление суммы накопленного купонного дохода за весь период действия ценной бумаги
Формы проверки знаний и умений (решение задач и примеров)

Цель занятия: рассмотрение различных видов доходности операций, полной текущей доходности, эффективные и эквивалентные ставки процента, общую информацию о финансовых инструментах, и их доходности.

Задача 1. Оценить текущую стоимость облигации с нулевым купоном номинальной стоимостью 1 млн. сом и сроком погашения через 3 года. Ставка дисконта d = 12 %.

Задача 2. Оценить текущую стоимость облигации номинальной стоимостью 1 млн.сом, с купонной ставкой 16 % годовых и сроком погашения 5 лет. Ставка дисконта d = 10 %.

Задача 3. Оценить текущую стоимость бессрочной облигации, если по ней ежегодно выплачивается доход в размере 100 тыс. сом. Ставку дисконта принять равной d = 10 %.

Задача 4. Определить ориентировочную рыночную стоимость облигации номиналом 100 000 сом при условии, что срок погашения облигации через 3 года, купонная ставка 10 % годовых, ставка банковского процента равна 4 %.

Задача 5. Определить цену акции нулевого роста при условии, что дивиденды в размере 500 сом из года в год будут оставаться неизменными, а требуемый уровень доходности– 10 %.

Задача 6. Правительство решает выпустить краткосрочные долговые обязательства сроком на три месяца, доход выплачивается в виде дисконта, банковская ставка по депозитам – 60 %, обязательства размещаются среди производственных предприятий. Предполагается, что доход по долговым обязательствам государства налогом не облагается, а доходы (проценты) по депозиту облагаются налогом на прибыль по ставке 32 %. Определить минимально допустимый размер дисконта, обеспечивающий размещение облигаций (при расчете учесть налогообложение).

Задача 7. При выполнении операции учета векселя с владельца удерживаются комиссионные в размере 0,5 % от достоинства векселя. Вычислить доходность этой финансовой операции, если учет векселя производится по простой ставке d = 30 % за 3 месяца до погашения.
Задача 8. Инвестор Х приобрел за 800 сом привилегированную акцию номинальной стоимостью 1000 сом с фиксированным размером дивиденда 30 % годовых. В настоящее время курсовая стоимость акции - 1200 сом. Определить:
А) текущую доходность по данной акции (без учета налогов);
Б) текущую доходность вложения инвестора «Х».

Домашнее задание
Задача 1. Ожидается, что выплачиваемый по акции дивиденд составит в первом году сумму D = 5 долл. и в будущем неограниченно долго будет возрастать на g = 10 % в год. Оценить текущую стоимость этой акции, если ставка дисконта d = 15 %.
Задача 2. Что выгоднее производственному предприятию (с учетом налогообложения прибыли в 32 % годовых): инвестировать 1 млн. сом на депозит в банке сроком на 1 год с выплатой 21% годовых или купить депозитный сертификат того же банка со сроком погашения через год и выплатой 17% годовых (доход от покупки депозитного сертификата облагается налогом по ставке 15%)?
Задача 3. Трехгодичная купонная облигация номиналом 100 долл. и с купонной ставкой 6 % имеет текущую стоимость 92,6 долл. Ставки налогов на прирост капитала и процентный доход одинаковы и равны 30 %. Требуется:
А) определить полную годовую доходность этой облигации;
Б) найти реальное значение этой доходности, если ожидается инфляция с годовым темпом 4 %;
В) рассчитать внутреннюю доходность;
Г) определить ее реальное значение при инфляции с тем же темпом 4 %.

Контрольные вопросы

1. Как определяется доходность финансовых операции?
2. Какие виды доходности знаете?
3. Приведите пример к финансовым расчетам по ценной бумаги
4. Виды финансовых инструментов: вексель, акция, облигация. Дайте определение
5. Как определяется доходность и современная стоимость обыкновенных акций?

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩЕМУСЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Современная система образования предполагает сокращение аудиторной нагрузки студентов и увеличение объема часов на самостоятельную работу, что увеличивает значимость текущего контроля знаний студентов, в том числе с использованием письменных работ, рефератов, презентаций, домашних работ.

В связи с этим одна из основных задач учебного процесса сегодня - научить студентов работать самостоятельно. Научить учиться - это значит развить способности и потребности к самостоятельному творчеству, повседневной и планомерной работе над учебниками, учебными пособиями, периодической литературой, Интернет-ресурсами и т.д., активному участию в исследовательской работе.

Написание конспекта первоисточника (статьи, монографии, учебника, книги и пр.) – представляет собой вид внеаудиторной самостоятельной работы студента по созданию обзора информации, содержащейся в объекте конспектирования, в более краткой форме.

В конспекте должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы, аргументы, этапы доказательства и выводы. Ценность конспекта значительно повышается, если студент излагает мысли своими словами, в лаконичной форме.

Конспект должен начинаться с указания реквизитов источника (фамилии автора, полного наименования работы, места и года издания).

Особо значимые места, примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамку, пометками на полях, чтобы акцентировать на них внимание и прочнее запомнить.

Работа выполняется письменно. Озвучиванию подлежат главные положения и выводы работы в виде краткого устного сообщения (3-4 мин) в рамках теоретических и практических занятий. Контроль может проводиться и в виде проверки конспектов преподавателем.

Затраты времени при составлении конспектов зависят от сложности материала по теме, индивидуальных особенностей студента и определяются преподавателем.

Задания по составлению конспекта, как вида внеаудиторной самостоятельной работы, вносятся в календарно-тематический план самостоятельной работы в динамике учебного процесса по мере необходимости или планируется в начале изучения дисциплины и профессионального модуля.

№	Наименование разделов, модулей, темы и учебных вопросов	К-во часов	Сроки сдачи	Макс. балл
Модуль 1				
1	**СРС № 1. Тема.** Роль финансовых расчетов в обеспечении эффективности и оптимизации финансовой деятельности. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (устный опрос)	6	в течении первого модуля	20
2	**СРС № 2. Тема.** Порядок начисления процентов в кредитных организациях. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (устный опрос)	6	в течении первого модуля	20
3	**СРС № 3. Тема.** Порядок начисления процентов в кредитных организациях.	6	в течении	20

	Литература Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (решение задач письменно)		первого модуля	
4	**СРС № 4. Тема.** Формулы для расчета суммы консолидированного платежа и суммы последнего платежа при нескольких сроках платежей **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (устный опрос)	8	в течении первого модуля	20
5	**СРС № 5. Тема.** Определение брутто-ставки простых процентов: точное и приближенное значение. Определение брутто-ставки для сложных процентов. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (конспект)	8	в течении первого модуля	20
	Модуль 2			
1	**СРС № 6. Тема.** Анализ переменных потоков платежей. Финансово-экономические расчеты в EXCEL. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (конспект)	6	в течении второго модуля	20
2	**СРС № 7. Тема.** Определение реальной доходности вкладных и кредитных операций. всех видов доходности в конкретных условиях. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (устный опрос)	8	в течении второго модуля	20
3	**СРС № 8. Тема.** Сравнение вариантов долгосрочных инвестиций по совокупности показателей. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (конспект)	6	в течении второго модуля	20
4	**СРС № 9. Тема.** Расчет курсовой стоимости ценной бумаги. **Литература** Основная:[1, 2]. Дополнительная: [3, 4] *Контроль СРС* (конспект)	6	в течении второго модуля	20

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ (МОДУЛЯМ)

1 модуль

1. Раскрыть сущность и задачи финансовой математики.
2. Определить, за какой срок произойдет удвоение первоначального капитала при использовании простой процентной ставки.
3. Сравнить результаты накопления при различных вариантах начисления процентов (английском, французском и германском).
4. Определить сумму начисленных процентов, если общий срок финансовой операции захватывает два смежных календарных года.
5. Определение среднего срока погашения кредитов одному кредитору.
6. Погашение кредита с убывающими выплатами платежей.
7. Определение ежемесячной суммы процента за кредит.
8. Определение общей суммы процента.
9. Расчет месячного взноса за кредит.
10. Математический и банковский смысл процента.
11. Процентная и удельная процентная ставка
12. Понятие накопленной суммы и процентного платежа.
13. Простые проценты (суть и графическая иллюстрация).
14. Формулы расчета накопленной суммы по простой ставке процентов для различных случаев задания срока.
15. Три варианта расчета простых процентов.
16. Переменные ставки простых процентов.
17. Расчет накопленной суммы для различных случаев декурсивного начисления сложных процентов.
18. Два варианта расчета сложных процентов при дробном числе лет.
19. Соотношения между номинальной и уравнивающей (эффективной) процентными ставками.
20. Каково значение средних процентных ставок? Приведите формулу их расчета.
21. Какие существуют способы погашения потребительского кредита?
22. Как рассчитывается размер выплаты основного долга?
23. Как рассчитывается величина процентного платежа в любой период погашения кредита?
24. Какой формулой определяется расчет ежемесячной выплаты долга, если кредит выплачивается равными долями?
25. Понятие реинвестирования.
26. Определение среднего срока погашения ссуд.
27. Методика расчета платежей по потребительским кредитам.
28. Математическое дисконтирование (свойства).
29. Банковское дисконтирование (свойства).
30. В чем отличие начисления по сложной ставке от начисления по простой ставке?
31. Какие виды начисления по сложным процентам вы знаете?
32. Какие виды формулы для расчета накопленной суммы при декурсивном начислении сложных процентов вы знаете?
33. Какое начисление процентов более выгодно (один или несколько раз в год) и почему?
34. Какие два способа расчета накопленной суммы при дробном числе лет вы знаете?
35. Как рассчитать накопленную сумму, если ставка сложного процента меняется во времени?
36. В чем заключается различие между антисипативным и декурсивным методами начисления сложных процентов?
37. Какие существуют формулы расчета накопленной суммы для различных случаев антисипативного начисления сложных процентов?
38. Каков экономический смысл дисконтного множителя?
39. Как определяются срок и размер учетной ставки?
40. Какой метод начисления процентов дает большую накопленную сумму?
41. В чем заключается смысл номинальной и эффективной учетной ставки?
42. Какие формулы связывают номинальную и эффективную учетные ставки?
43. Какие формулы дисконтирования по сложным ставкам вы знаете?
44. Сложные проценты (суть и графическая иллюстрация).

45. Формулы накопления для различных случаев начисления декурсивных сложных процентов.
46. Сравнение результатов накопления по простой и сложной ставкам процентов.
47. Начисление сложных процентов при дробном числе лет.
48. Номинальная и уравнивающая процентные ставки.
49. Антисипативный метод накопления капитала.
50. Сравнение конечных величин вкладов при двух методах начисления сложных процентов.
51. Понятие уравнивающей учетной ставки.
52. Математическое и банковское дисконтирования по сложным ставкам.
53. Сравнение результатов накопления и дисконтирования по различным ставкам.
54. Эквивалентность различных ставок.
55. Доходность кредитных операций с учетом удержания комиссионных по простой ставке процентов.
56. Доходность кредитных операций с учетом удержания комиссионных по сложной ставке процентов.
57. Учет инфляции в финансовых расчетах.
58. Понятие, уровень и индекс инфляции.
59. Определение реальной покупательной способности суммы денег.
60. Определение реального дохода вкладчика в условиях инфляции.

2 модуль

1. Финансовая рента (аннуитеты).
2. Основные понятия, параметры и виды финансовых рент.
3. Что такое наращенная сумма ренты?
4. Какими параметрами описывается финансовая рента?
5. В каких случаях вычисление наращенной суммы ренты может быть упрощено?
6. Приведите формулы для расчета наращенной суммы рент пренумерандо.
7. Приведите формулы для расчета наращенной суммы рент постнумерандо.
8. Поясните, что означают величины, входящие в формулы для определения наращенной суммы постоянной финансовой ренты.
9. На основе какой математической формулы выводятся формулы наращенной суммы?
10. Приведите формулу для расчета процентного платежа
11. Постоянная финансовая рента пренумерандо.
12. Постоянная финансовая рента постнумерандо.
13. Переменные финансовые ренты пренумерандо с абсолютным и относительным изменением членов ренты.
14. Переменные финансовые ренты постнумерандо с абсолютным и относительным изменением членов ренты.
15. Что такое наращенная сумма ренты?
16. Какими параметрами описывается финансовая рента?
17. В каких случаях вычисление наращенной суммы ренты может быть упрощено?
18. По каким формулам осуществляется расчет наращенной суммы рент пренумерандо?
19. По каким формулам осуществляется расчет наращенной суммы рент постнумерандо?
20. Что означают величины, входящие в формулы для определения наращенной суммы постоянной финансовой ренты?
21. На основе какой математической формулы выводятся формулы наращенной суммы?
22. В чем отличие формулы для расчета процентного платежа для рент?
23. Определение величины инвестиций
24. Расчет годового дохода для заданной внутренней доходности проекта
25. Зависимость характеристик процесса от ставки процента
26. Сравнение инвестиционных проектов
27. Определение чистого приведенного дохода инвестиционных проектов на основе дисконтирования будущих доходов и расходов.
28. Показатель рентабельности инвестиций и его связь с чистым приведенным доходом.
29. Определение размера платы за аренду оборудования
30. Определение нормы доходности от сдачи оборудования в аренду

31. Виды кредитов.
32. Погашение долга равными срочными уплатами.
33. Погашение основного долга равными выплатами.
34. Потребительский кредит и его погашении.
35. Погашение ипотечной ссуды.
36. Анализ инвестиционных проектов.
37. Доходность финансовых операции. Виды доходности.
38. Финансовые расчеты по ценным бумагам.
39. Вексель, акция, облигация.
40. Классическая схема оценки финансовых операциях в условиях неопределенности.
41. Каким образом рассчитывается конечная сумма переменного счета, когда сумма на счете изменяется за счет приходно-расходных операций?
42. Каким образом составляется план погашения долга равными частями основной суммы?
43. Какие особенности присутствуют при погашении долга по ипотечным ссудам?
44. Каковы особенности погашения долга по потребительским кредитам?
45. Как определяется доходность и современная стоимость обыкновенных акций?
46. Переменная сумма счета и расчет процентов.
47. Изменение условий контракта. Эквивалентный переход от одной ставки к другой.
48. Ипотечные и потребительские кредиты.
49. Оценка стоимости акций.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочаров П.П. Финансовая математика: учебник/ П.П. Бочаров, Ю.Ф. Касимов. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2007. – Гл. 12.
2. Капитоненко В.В. Задачи и тесты по финансовой математике: учебное пособие/ В.В. Капитоненко. – М.: Финансы и статистика, 2007. – Раздел 2.
3. Ковалев В.В. Методы оценки инвестиционных проектов. – М.: Финансы и статистика, 1998.
4. Кочович Е. Финансовая математика. – М.: Финансы и статистика, 1994.
5. Красс М.С. Математические методы и модели для магистрантов экономики: учебное пособие/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2006. –Гл. 16.
6. Лукашин Ю.П. Финансовая математика, М, 2004г.
7. Четыркин Е.М. Финансовая математика: учебник/ Е.М. Четыркин. – 4-е изд. – М.: Дело, 2007. – С. 94-125.
8. Ширяев В.И. Финансовая математика. Потоки платежей, производные финансовые инструменты: учебное пособие для вузов/ В.И. Ширяев. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007. – Гл. 4.

СОДЕРЖАНИЕ